

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

MISURE DI TEMPI DI VOLO DI MUONI CON L'ELETTRONICA DELL'ESPERIMENTO FOOT

Relatore:
Prof. Mauro Villa

Presentata da:
Leonardo Facchini

Correlatore:
Dott. Riccardo Ridolfi

Anno Accademico 2018/2019

*Alla mia famiglia
e ai miei amici*

Sommario

L'esperimento FOOT (FragmentatiOn On Target) nasce con lo scopo di misurare la sezione d'urto differenziale per processi di frammentazione nucleare per potere descrivere con precisione l'interazione tra i fasci di ioni impiegati in adroterapia e i tessuti del paziente. Una misura necessaria per calcolare le sezioni d'urto è il tempo di volo dei frammenti. In laboratorio è stato ricreato un setup sperimentale attraverso l'utilizzo di tre scintillatori e del sistema di acquisizione dell'esperimento FOOT. Le particelle rivelate sono muoni di origine cosmica. Il tempo di volo dei muoni è ottenuto tramite un fit delle distribuzioni combinando le misure ottenute a diverse angolazioni. Utilizzando questo apparato è stato possibile effettuare misure di tempo di volo e di flusso di muoni cosmici.

Indice

Introduzione	3
1 Interazione tra radiazione e materia e l'esperimento FOOT	4
1.1 Interazione tra fotoni e materia	4
1.1.1 Effetto fotoelettrico	6
1.1.2 Effetto Compton	6
1.1.3 Produzione di coppie	7
1.2 Interazione tra particelle cariche e materia	9
1.3 Frammentazione nucleare	13
1.4 Adroterapia e radioterapia	14
1.5 Esperimento FOOT	14
1.5.1 Cinematica inversa	15
1.6 Setup per frammenti pesanti	18
1.6.1 Start Counter	18
1.6.2 Beam Monitor/Drift Chamber	19
1.6.3 Target	20
1.6.4 Spettrometro magnetico	21
1.6.5 Scintillatore	23
1.6.6 Calorimetro	23
2 Misure di tempo di volo di muoni cosmici: apparato sperimentale	25
2.1 Scintillatori	25
2.1.1 Scintillatori organici	26
2.1.2 Scintillatori inorganici	28
2.2 Tubo fotomoltiplicatore (PMT)	29
2.2.1 Fotocatodo	30
2.2.2 Collimatore	31
2.2.3 Catena dinodica	32
2.3 Sistema di acquisizione (DAQ)	33

3	Misure di tempo di volo e di flusso di muoni cosmici: risultati delle	
	misure	36
3.1	Misure di flusso di muoni	37
3.2	Misure di tempi di volo di muoni	40
	Conclusioni	42
	Bibliografia	43

Introduzione

La radioterapia e l'adroterapia sono terapie mediche oncologiche che utilizzano rispettivamente fasci di fotoni e fasci di particelle cariche pesanti come protoni e ioni carbonio per distruggere il tessuto tumorale. L'interazione elettromagnetica tra fascio e la materia che compone il corpo umano è ben conosciuta, mentre manca una descrizione dettagliata delle interazioni nucleari che avvengono tra proiettile e bersaglio.

L'esperimento FOOT (FragmentatiOn On Target) si propone di colmare queste lacune misurando le sezioni d'urto differenziali di frammentazione nucleare sia del fascio che del bersaglio. L'identificazione dei frammenti è ottenuta misurando diversi parametri dinamici delle particelle, come impulso, energia cinetica e tempo di volo.

L'obiettivo di questa tesi è realizzare misure di tempo di volo e di flusso di muoni cosmici con un apparato hardware e software che si basa su quello utilizzato nell'ambito dell'esperimento FOOT.

La tesi è strutturata in tre capitoli.

Nel primo sono illustrati i meccanismi di interazione tra radiazione, sia fotoni che particelle cariche, e materia. Successivamente viene presentato l'apparato sperimentale dell'esperimento FOOT con un focus su ogni singolo sottorivelatore.

Nel secondo sono descritti la struttura e il funzionamento degli strumenti utilizzati in laboratorio, comprese le schede elettroniche che permettono l'acquisizione dei segnali e la loro successiva analisi.

Il terzo e ultimo capitolo illustra i risultati delle misure effettuate di flusso e tempo di volo dei muoni di origine cosmica.

Capitolo 1

Interazione tra radiazione e materia e l'esperimento FOOT

L'interazione tra radiazione e materia è uno degli argomenti più studiati nella fisica moderna. Nei decenni passati il progresso tecnologico e la conoscenza profonda dei processi fondamentali che la regolano hanno permesso numerose applicazioni in un ampio ventaglio di discipline differenti. Una delle applicazioni più interessanti di questi studi è nella biologia, in particolare nel trattamento dei tumori del corpo umano. La propagazione di radiazione in un mezzo e le sue interazioni con la materia organica cambiano significativamente a seconda del tipo ed energia della radiazione coinvolta e del bersaglio in accordo alle leggi della meccanica quantistica.

1.1 Interazione tra fotoni e materia

L'attenuazione di un fascio di fotoni in funzione dello spessore di materia attraversata x segue la legge di Lambert-Beer:

$$N(x) = N_0 e^{-\mu x} \quad (1.1)$$

dove N_0 rappresenta il numero di fotoni che impatta la superficie del materiale nell'unità di tempo. Il parametro μ è chiamato *coefficiente di assorbimento* e dipende linearmente dalla sezione d'urto totale del processo σ :

$$\mu = \frac{N_A \sigma}{A} \quad (1.2)$$

dove N_A è il numero di Avogadro ($6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$) e A è la massa atomica del materiale. Il reciproco del coefficiente di assorbimento è detto *lunghezza di attenuazione* e rappresenta lo spessore di materiale che il fascio deve attraversare per diminuire la propria intensità di un fattore $1/e$: alla profondità $1/\mu$ solo il 37% dei fotoni riesce a

passare. Questo fenomeno è dovuto alle diverse interazioni tra il fascio di fotoni e gli atomi del materiale bersaglio, ossia

- effetto fotoelettrico;
- effetto Compton;
- produzione di coppie.

Ognuno di questi fenomeni comporta la rimozione di un fotone del fascio originario e l'emissione di una o più particelle, tipicamente elettroni (interazione di ionizzazione) o altri fotoni. I tre fenomeni hanno natura molto diversa, dunque diverse sezioni d'urto e diversi coefficienti di assorbimento la cui importanza relativa varia ampiamente anche sotto il profilo dell'energia dei fotoni incidenti e del tipo di materiale attraversato come mostrato in figura 1. Il coefficiente di assorbimento della legge di Lambert-Beer può essere visto come somma dei tre contributi:

$$\mu = \mu_{\text{fotoelettrico}} + \mu_{\text{Compton}} + \mu_{\text{coppie}}$$

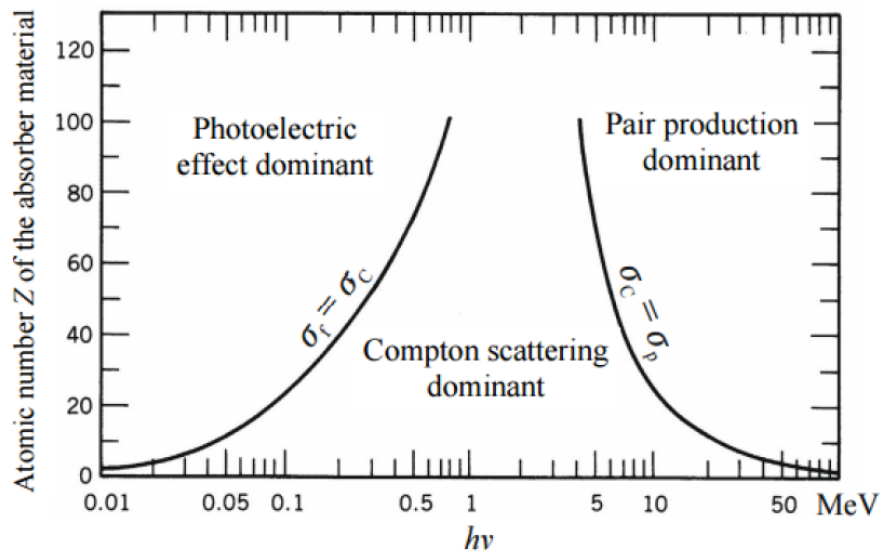


Figura 1.1: Importanza relativa dell'effetto fotoelettrico, della diffusione Compton e dell'effetto di produzione di coppia secondo il profilo del numero atomico del materiale bersaglio (Z) o dell'energia dei fotoni incidenti ($E = h\nu$). [1]

1.1.1 Effetto fotoelettrico

Un fotone incidente può essere assorbito da un elettrone di core fortemente legato, ossia appartenente ad una delle shell più interne: se l'energia del fotone è superiore all'energia di legame elettrone-atomo, allora l'elettrone viene espulso (fenomeno di ionizzazione) con energia cinetica pari alla differenza tra l'energia del fotone incidente e quella di legame. L'atomo risulta quindi privato di un elettrone e presenta una lacuna che viene velocemente riempita da un elettrone proveniente da una shell più esterna: nel passaggio tra i due orbitali l'elettrone emette un fotone di energia pari alla differenza energetica dell'orbitale finale e quello iniziale. Il processo si ripete fino a che la lacuna non ha raggiunto la shell più esterna e non sono possibili più transizioni. Il fotone emesso può uscire dall'atomo, in tal caso si ha l'emissione di raggi X caratteristici del materiale bersaglio, o essere assorbito da un altro elettrone e permettendone così l'espulsione, ossia la cosiddetta radiazione Auger.

La sezione d'urto risulta crescente con il numero atomico del materiale Z e decrescente con l'energia del fotone incidente E_γ

$$\sigma_{\text{fotoelettrico}} \propto \frac{Z^{4+5}}{E_\gamma^{7/2}}$$

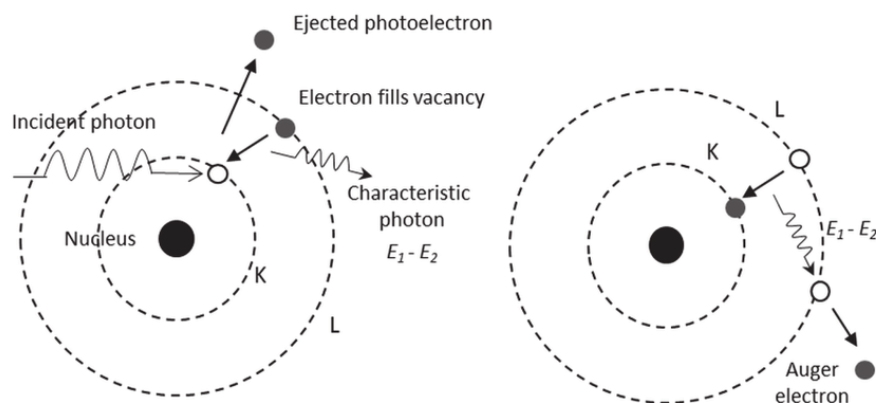


Figura 1.2: Rappresentazione schematica dell'effetto fotoelettrico (a sinistra) e dell'emissione di elettroni Auger (a destra) [2]

1.1.2 Effetto Compton

L'effetto Compton consiste in un urto elastico tra il fotone incidente ed un elettrone appartenente ad una delle shell più esterne, dunque debolmente legato. L'elettrone, inizialmente considerato a riposo, acquista energia cinetica e inizia a muoversi ad un

angolo θ rispetto alla direzione del fotone incidente. Quest'ultimo perde una parte di energia e subisce una deflessione dalla direzione originaria di un angolo ϕ . La variazione di frequenza (o lunghezza d'onda) dipende dall'angolo di deflessione del fotone ϕ secondo la legge

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \phi)} \quad (1.3)$$

dove ν' è la frequenza del fotone deflesso, h è la costante di Planck (6.62×10^{-34} J · s), m_e è la massa a riposo dell'elettrone (9.11×10^{-31} kg) e c è la velocità della luce (3.00×10^8 ms⁻¹).

La sezione d'urto differenziale del processo è descritta dalla formula di Klein-Nishina [3]

$$\frac{d\sigma_{Compton}}{d\Omega} = \frac{r_c^2}{2} \left(\frac{h\nu'}{h\nu} \right)^2 \left(\frac{h\nu'}{h\nu} + \frac{h\nu}{h\nu'} - \sin^2 \phi \right) \quad (1.4)$$

dove r_c è il raggio classico dell'elettrone (2.82×10^{-15} m). Integrando su tutto l'angolo solido si ottiene la sezione d'urto totale direttamente proporzionale al numero atomico del materiale Z e inversamente proporzionale all'energia dei fotoni incidenti E_γ

$$\sigma_{Compton} \propto \frac{Z}{E_\gamma}$$

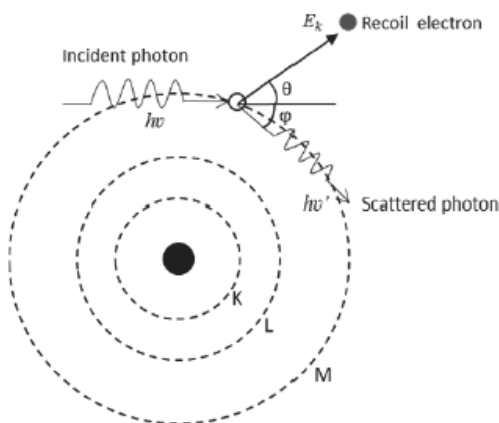


Figura 1.3: Rappresentazione schematica dell'effetto Compton [2]

1.1.3 Produzione di coppie

Un fotone può interagire con il campo elettromagnetico del nucleo e formare una coppia elettrone-positrone secondo il diagramma di Feynman in figura 1.4. La somma delle

masse a riposo delle due particelle è $E_{coppia} = 2m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$. Se il fotone ha energia inferiore a questa soglia il processo non avviene, in caso contrario il surplus di energia viene ripartito come energia cinetica tra elettrone, positrone e nucleo. Il positrone così prodotto va incontro a annichilazione con un elettrone con la produzione di due raggi gamma caratteristici di energia 0.511 MeV secondo il diagramma di Feynman in figura 1.4. La sezione d'urto del processo risulta dipendente dal logaritmo dell'energia dei fotoni per energie inferiori a 10 MeV, mentre indipendente dall'energia per energie del fascio superiori a 100 MeV

$$\sigma_{coppie} \propto Z^2 \ln E_\gamma \text{ per basse energie } (\leq 10 \text{ MeV})$$

$$\sigma_{coppie} \propto Z^2 \text{ per alte energie } (\geq 100 \text{ MeV})$$

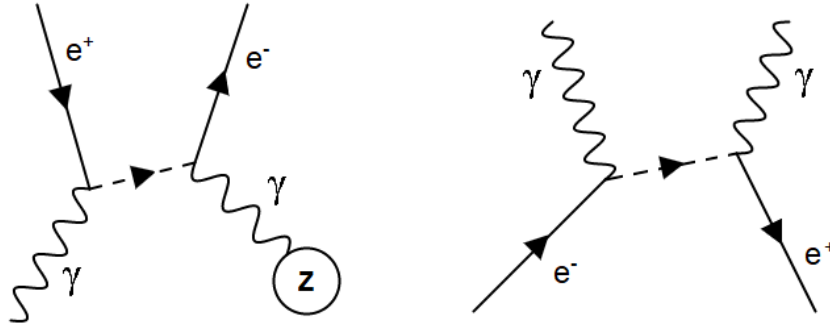


Figura 1.4: Diagrammi di Feynman per la produzione di coppie elettrone-positrone (e^+/e^-) a sinistra e per l'annichilazione di elettrone e positrone con produzione di due fotoni. In entrambi i casi l'interazione è mediata da un elettrone virtuale [4]

Sommando i tre contributi si può ottenere un grafico del coefficiente di attenuazione μ (che dipende dalla sezione d'urto secondo l'equazione 1.2) in funzione dell'energia, come illustrato in figura 1.5.

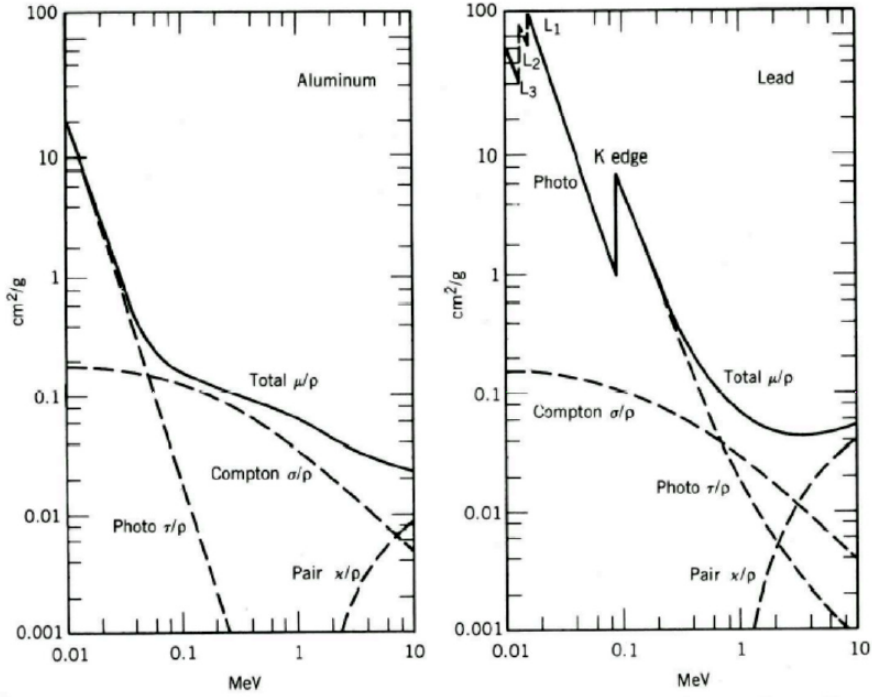


Figura 1.5: Coefficiente di attenuazione di massa definito come μ/ρ (ρ è la densità del materiale attraversato) in funzione dell'energia dei fotoni incidenti. Sono rappresentate anche i coefficienti di attenuazioni parziali τ/ρ per l'effetto fotoelettrico, σ/ρ dell'effetto Compton e χ/ρ per la produzione di coppie. Le curve sono relative a due bersagli di materiale differente: alluminio a sinistra e piombo a destra. [5]

1.2 Interazione tra particelle cariche e materia

Una particella carica che si muove all'interno di un mezzo subisce l'interazione elettromagnetica sia dagli elettroni che dai nuclei del materiale che compongono il mezzo perdendo man mano energia cinetica fino a fermarsi. La cessione di energia può avvenire tramite *Bremsstrahlung* (o radiazione di frenamento): il proiettile incidente risente del campo elettromagnetico delle particelle cariche all'interno dell'atomo (elettroni o nucleo) e risponde con un cambio di traiettoria e decelerazione con emissione di fotoni. La sezione d'urto di questo processo

$$\sigma_{Bremsstrahlung} \propto \frac{E^4}{m^2}$$

risulta inversamente proporzionale al quadrato della massa del proiettile, dunque il fenomeno diventa rilevante solo per particelle incidenti leggere, come elettroni.

Il raggio atomico ha come ordine di grandezza 1 angstrom (10^{-10} m), mentre il raggio nucleare è dell'ordine del fermi (10^{-15} m), dunque si ottiene $r_{atomo} = 10^5 \cdot r_{nucleo}$. Dato

che le sezioni d'urto sono proporzionali alla superficie di interazione, quindi al quadrato del raggio del bersaglio, si ottiene $\sigma_{atomo} = 10^{10} \cdot \sigma_{nucleo}$. La probabilità di avere un'interazione con il nucleo risulta quindi molto poco probabile rispetto ad un'interazione con la nuvola elettronica.

La cessione di energia può avvenire anche a seguito di processi anelastici di eccitazione in cui la particella incidente cede una parte della propria energia per promuovere un elettrone dell'atomo del materiale ad un livello energetico superiore rispetto allo stato fondamentale. Se l'energia ceduta è superiore all'energia di legame elettrone-atomo si possono avere invece ionizzazioni. Un altro processo possibile è la frammentazione nucleare descritta in dettaglio successivamente.

Il numero di interazioni tra particelle del fascio ed elettroni del mezzo è molto grande: a titolo di esempio una sola particella alfa di energia 1 MeV è capace di produrre circa 100.000 elettroni di ionizzazione prima di fermarsi completamente in un bersaglio di acqua [6]. Lo studio di ogni singolo urto non è quindi possibile: l'interazione fascio-materia viene quindi descritta tramite una grandezza supplementare, lo *Stopping Power* dE/dx , definito come quantità di energia trasferita da proiettile a bersaglio nell'unità di lunghezza assumendo rallentamento uniforme e continuo del proiettile. Questa grandezza venne calcolata per la prima volta da Niels Bohr nel 1915 con un approccio classico, né quantistico né relativistico: il modello di Bohr prevedeva deflessioni del fascio trascurabili data la massa del proiettile molto superiore a quella dell'elettrone. L'elettrone veniva poi considerato a riposo visto che la sua velocità orbitale risulta essere:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \implies v = \sqrt{2E/m} \approx 2 \times 10^6 \text{ ms}^{-1} \text{ per energie di } 10 \div 100 \text{ eV}$$

che è molto inferiore alla velocità del fascio, comparabile con la velocità della luce ($3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$). Questa assunzione permette di trascurare anche le interazioni magnetiche dato che l'elettrone è sostanzialmente a riposo. Queste approssimazioni vennero eliminate da Bethe, Bloch e altri che fornirono una versione quantistica dell'espressione dello Stopping Power, nota come formula di Bethe-Bloch [7]

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta(\beta\gamma) - 2\frac{C}{Z} \right]. \quad (1.5)$$

I termini C e δ diventano significativi rispettivamente a basse e alte energie. Per velocità del fascio confrontabili o inferiori a quelle dell'elettrone cessa di valere l'approssimazione di elettrone a riposo e la formula divergerebbe per $\beta \rightarrow 0$ a causa del fattore moltiplicativo $1/\beta^2$: è necessario quindi introdurre la correzione di shell C per risolvere questa criticità. La correzione di densità δ è introdotta per inserire l'effetto del campo elettrico creato dal proiettile all'interno della formula: il campo tende a polarizzare gli atomi del mezzo lungo il percorso e scherma gli elettroni lontani dalla traiettoria riducendo il potere di cessione di energia del materiale. Il *Mass Stopping Power* $dE/d\chi$ è definito come lo *Stopping Power* dE/dx della formula di Bethe-Bloch divisa per la densità del mezzo ρ .

N_A	Numero di Avogadro ($6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)
r_e	Raggio classico dell'elettrone ($2.82 \times 10^{-15} \text{ m}$)
m_e	Massa a riposo dell'elettrone ($9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$)
c	Velocità della luce ($3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$)
ρ	Densità del materiale bersaglio
Z e A	Numero atomico e numero di massa del materiale bersaglio
z	Carica elettrica del proiettile
β	Rapporto $\frac{v}{c}$ del proiettile
γ	Fattore di Lorentz del proiettile: $(1 - \beta^2)^{-1/2}$
W_{max}	Massima quantità di energia trasferibile ad un elettrone in una singola collisione
I	Potenziale di eccitazione medio del bersaglio e vale approssimativamente $16 \times Z^{0.9} \text{ eV}$
$\delta(\beta\gamma)$	Correzione di densità
C	Correzione di shell

Tabella 1.1: Spiegazione dei valori presenti nell'equazione 1.5

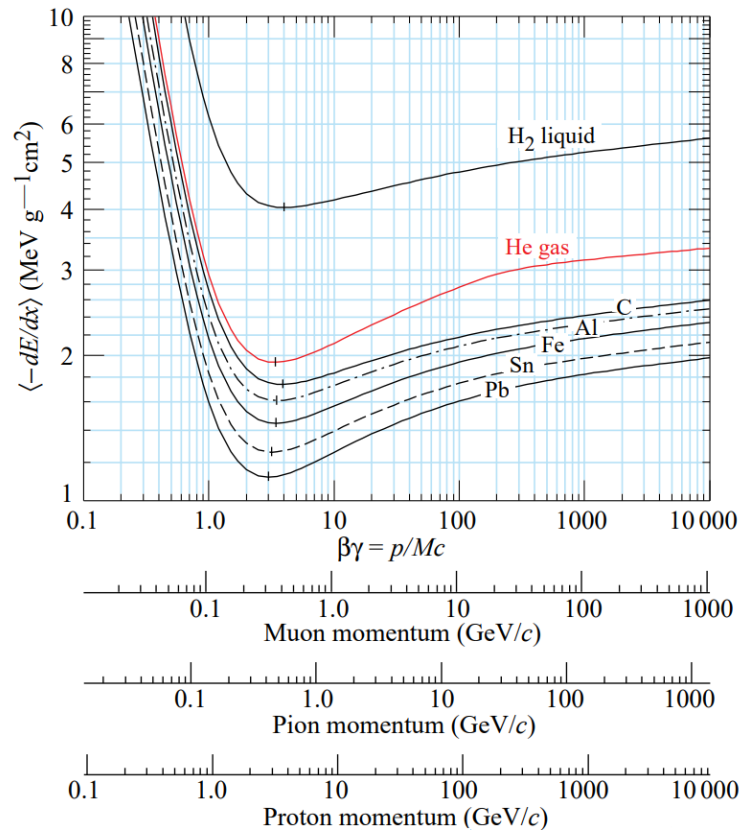


Figura 1.6: Mass Stopping Power dE/dx in funzione del prodotto $\beta\gamma$ in diversi materiali attraversati in scala doppio logaritmica [8]

Questa grandezza, indipendente in prima approssimazione dal tipo di materiale utilizzato, è rappresentata in figura 1.6 in funzione del prodotto $\beta\gamma$, direttamente proporzionale al solo impulso della particella p :

$$p = m_0 c \beta \gamma \implies \beta \gamma = \frac{p}{m_0 c}$$

dove m_0 è la massa a riposo della particella. All'aumentare di $\beta\gamma$ (e quindi dell'impulso), il Mass Stopping Power diminuisce approssimativamente come $1/\beta^2$ fino ad un punto di minimo corrispondente a $3.0 \leq \beta\gamma \leq 3.5$, ossia a β circa 0.96 (*Minimum Ionizing Particles point*, o *MIP point* in breve). Al di là del MIP point il fattore $1/\beta^2$ rimane quasi costante, ma lo Stopping Power aumenta nuovamente poiché prevale l'andamento logaritmico:

$$dE/d\chi \propto \ln(\gamma^2)$$

La crescita è però smorzata dalla correzione di densità δ che fa sì che l'andamento sia quasi costante a valori elevati di impulso nel cosiddetto “plateau di Fermi”. Una particella che entra il materiale con velocità superiore al MIP point inizialmente perderà energia secondo un rate costante con la distanza percorsa. A velocità inferiori al MIP point lo Stopping Power aumenta con la distanza percorsa: il rallentamento della particella si fa via via crescente e provoca un aumento dell'energia depositata fino a che la particella non si ferma completamente ad una certa profondità detta *range*. La particella rilascerà più energia per unità di lunghezza alla fine del percorso rispetto che all'inizio: la massima cessione di energia avviene in corrispondenza del range della particella e dà luogo al cosiddetto picco di Bragg [9].

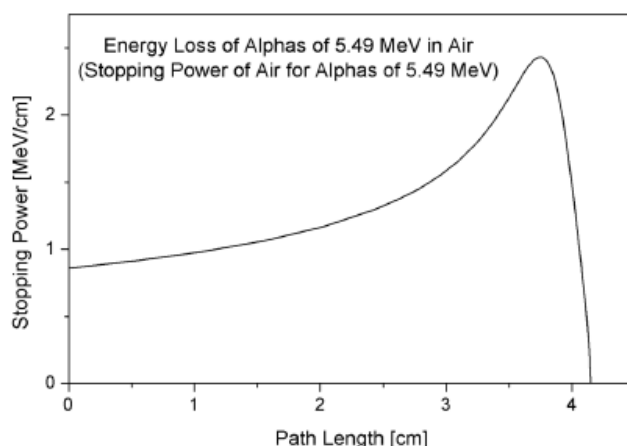


Figura 1.7: Esempio di curva di Bragg che mostra lo stopping power in funzione della distanza percorsa da particelle α di energia 5.49 MeV in aria [9]

1.3 Frammentazione nucleare

Nel paragrafo precedente si è osservato come le interazioni tra fascio e nucleo abbiano poche probabilità di avvenire, tuttavia gli effetti risultano particolarmente significativi se il fascio è costituito da particelle cariche pesanti (protoni o ioni) con energie superiori a 100 MeV/nucleone. Tale energia è capace di vincere la barriera coulombiana repulsiva e permette che i nuclei di bersaglio e proiettili si possano trovare a distanze così piccole da risentire della forza nucleare forte. L'interazione può essere elastica risultando in una piccola deviazione angolare del proiettile oppure anelastica che non conserva l'energia cinetica del sistema e può risultare nella frammentazione di proiettile e/o bersaglio. Le collisioni anelastiche vengono classificate a seconda dal parametro d'impatto (la distanza dei centri dei due nuclei) e si dividono in

- *centrali* in cui si ha la totale disintegrazione dei due nuclei in frammenti più leggeri e l'emissione di prodotti secondari, come protoni, nuclei leggeri, elettroni e raggi gamma, tramite processi dissipativi;
- *periferici* in cui la collisione interessa solamente alcuni nucleoni di proiettile e bersaglio: i trasferimenti di energia e impulso sono naturalmente più bassi ma ancora capaci di produrre frammentazione nucleare.

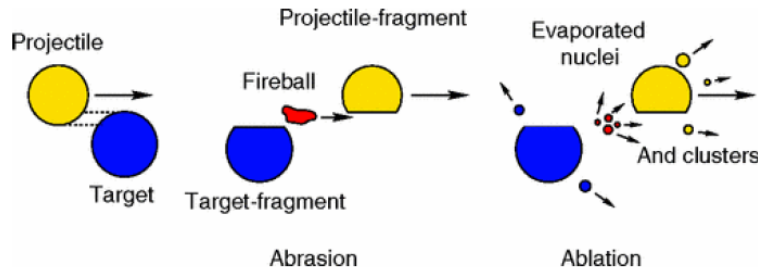


Figura 1.8: Rappresentazione del modello di Serber per la frammentazione nucleare[9]

Quest'ultima situazione è ben descritta dal modello di Serber [9] che suddivide il processo in due fasi caratterizzate da differenti scale temporali. Nella prima fase, detta di abrasione che dura circa 10^{-23} s, si ha l'interazione tra i nucleoni nella regione di sovrapposizione dei due nuclei con la formazione di una struttura di nucleoni detta *fireball* nella direzione di volo del proiettile. I nucleoni che non partecipano alla reazione, detti spettatori, sono debolmente perturbati dalla collisione. La seconda fase di ablazione avviene in circa $10^{-16} \div 10^{-18}$ s e consiste nella diseccitazione dei frammenti prodotti tramite evaporazione di protoni, neutroni o nuclei leggeri e emissione di raggi gamma. I prodotti evaporativi carichi hanno in genere velocità comparabili con il proiettile originario e una massa inferiore al nucleo originario che si traduce in un range più elevato del fascio primario ed è responsabile del deposito di energia oltre il picco di Bragg.

1.4 Adroterapia e radioterapia

Le tecniche di radioterapia e adroterapia sono terapie oncologiche che utilizzano rispettivamente fasci di fotoni ad alta energia (raggi X e γ) e particelle cariche pesanti (protoni, ioni carbonio) per distruggere il tessuto canceroso. Le ionizzazioni prodotte dai fasci di particelle nell'attraversare la materia organica, principalmente costituita da acqua, promuovono la formazione di radicali liberi e perossido di idrogeno. Questi composti sono capaci di reagire con il DNA delle cellule e ne modificano la struttura rendendo impossibile la riproduzione cellulare e conducendo sostanzialmente alla morte il tessuto irradiato, sia sano che canceroso.

I profili di dose (energia depositata per unità di massa) delle due tecniche sono però molto diversi, come si può osservare in figura 1.9. La cessione di energia del fascio dei fotoni della radioterapia è di tipo esponenziale, come già osservato nel paragrafo 1.1: il massimo di energia è depositata sullo stato immediatamente in corrispondenza della superficie esposta e l'intensità via via diminuisce. La cessione di energia da parte degli ioni pesanti avviene invece secondo il profilo descritto dalla curva di Bragg: il massimo si ha ad una certa profondità modulabile variando l'energia del fascio. L'adroterapia è quindi indicata per il trattamento di tumori situati vicino ad organi a rischio o vicino a strutture critiche in quanto minimizza la dose ricevuta dai tessuti sani

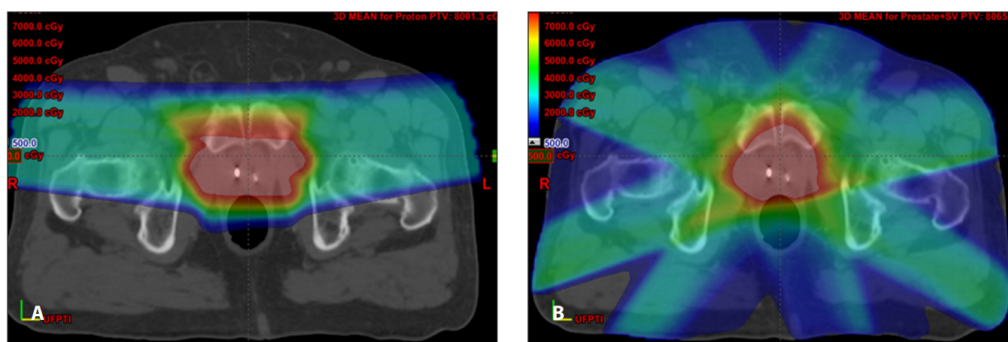


Figura 1.9: Confronto dell'energia ceduta per unità di massa tra adroterapia (a sinistra) e radioterapia (a destra)[10]

1.5 Esperimento FOOT

L'esperimento FOOT (acronimo per FragmentatiOn On Target) nasce con lo scopo di colmare le lacune riguardanti gli effetti della frammentazione nucleare dei fasci utilizzati in adroterapia con i nuclei degli atomi dei tessuti del corpo umano attraversati. I frammenti del target coprono range dell'ordine del μm mentre i frammenti del proiettile sono responsabili di una cessione di energia al di là del picco di Bragg. Una migliore

comprensione di questo fenomeno è necessaria per perfezionare i sistemi di pianificazione dei trattamenti oncologici. L'obiettivo dell'esperimento FOOT è quindi la misurazione delle sezioni d'urto dei processi di frammentazione nucleare sia per i frammenti del fascio proiettile che per i frammenti del bersaglio in un ampio range di energie (50 - 250 MeV per protoni, 50 - 400 MeV/nucleone per ioni carbonio). I risultati ottenuti possono risultare interessanti anche la radioprotezione nello spazio, necessaria per capire gli effetti di una lunga permanenza all'esposizione a radiazione solare e raggi cosmici durante missioni interplanetarie.

1.5.1 Cinematica inversa

Lo studio dei processi di frammentazione del bersaglio è reso particolarmente complesso dal cortissimo range delle particelle prodotte. Nella tabella 1.2 sono mostrati i risultati della simulazione Monte Carlo realizzati con il software FLUKA (citazione) per un fascio di protoni incidente un bersaglio di acqua a bassa energia (≤ 200 MeV/nucleone): il range massimo è dell'ordine di grandezza della decina di micron, una distanza insufficiente per poter uscire dal target nel quale sono stati prodotti e quindi poter essere rivelati da eventuali detector. Per supplire a questa difficoltà, l'esperimento prevede di utilizzare

Frammento	Range (μm)
^{15}O	2.3
^{15}N	2.5
^{14}N	3.6
^{13}C	5.4
^{12}C	6.2
^{11}C	7.0
^{10}B	9.9
^7Be	15.7
^6Li	26.7
^4He	48.5
^3He	38.8
^2H	68.9

Tabella 1.2: Valori medi attesi del range per i frammenti del bersaglio prodotti da un fascio di protoni di 180 MeV in acqua [11]

un approccio chiamato cinematica inversa. Tale approccio si basa sull'invarianza relativistica dell'ampiezza di scattering del processo nucleare. Invece di registrare i frammenti prodotti dall'interazione del fascio di protoni con un bersaglio di carbonio o ossigeno (gli elementi costitutivi del corpo umano), si opera al contrario: un fascio di ^{12}C o ^{16}O viene

accelerato su un bersaglio di protoni e tramite un boost di Lorentz si ottengono le misure nel sistema di riferimento dove il fascio di ioni pesanti si trova a riposo e il bersaglio di protoni in movimento. Il bersaglio di protoni non può essere realizzato da molecole di idrogeno poiché questo elemento è gassoso a temperatura e pressione ordinarie: il campione sarebbe estremamente rarefatto e la probabilità di interazione sarebbe molto bassa. Si utilizzano quindi due target affiancati, uno di grafite (C) e uno di polietilene (C_2H_4). Le sezioni d'urto relative all'idrogeno vengono quindi calcolati per sottrazione dei contributi dei due bersagli. La sezione d'urto rispetto all'energia cinetica dei frammenti (o analogamente al loro angolo di emissione) è espressa dalla relazione:

$$\frac{d\sigma}{dE_k}(H) = \frac{1}{4} \left[\frac{d\sigma}{dE_k}(C_2H_4) - 2 \frac{d\sigma}{dE_k}(C) \right] \quad (1.6)$$

Questo approccio, già eseguito sperimentalmente con fasci di carbonio (^{12}C) su bersagli di polietilene, grafite, allumina (Al_2O_3) e titanio (Ti) [12], è confermato anche da alcune simulazioni con il codice FLUKA: l'accordo tra sezione d'urto ottenuto su un bersaglio di idrogeno e per sottrazione è evidente dai grafici in figura 1.10. Altre simulazioni hanno evidenziato una distribuzione angolare dei frammenti in funzione della propria massa: i frammenti con $Z \geq 3$, detti “pesanti”, sono prodotti con una semi-apertura rispetto al fascio primario di circa 10° per un fascio a 200 MeV oppure inferiore a 5° per un fascio a 700 MeV. I frammenti più leggeri (ioni idrogeno e elio) sono prodotti anche ad angolazioni molto maggiori, come si può osservare dai grafici in figura 1.12.

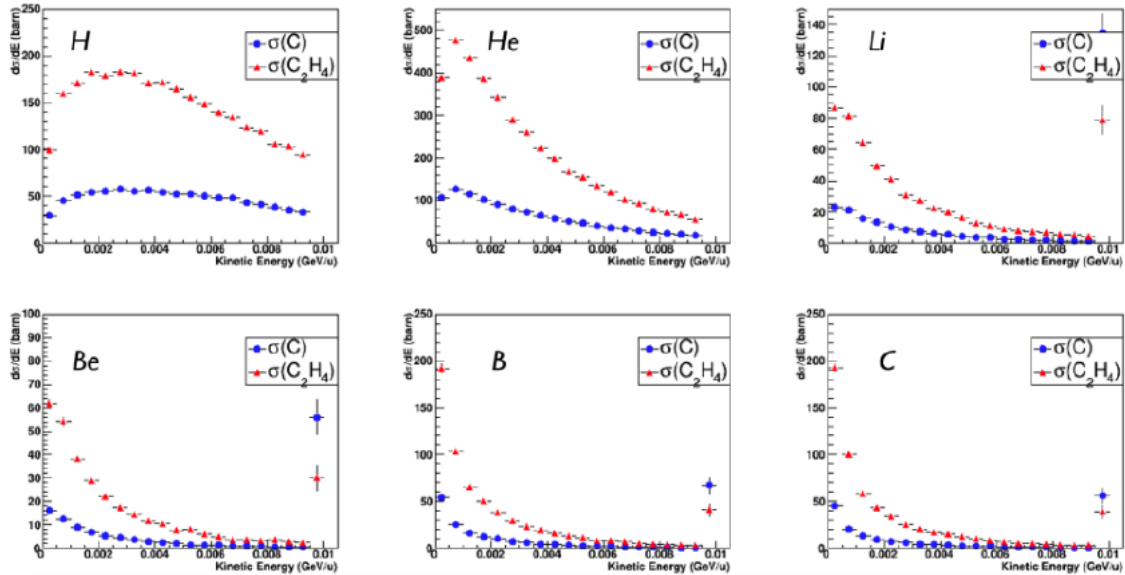


Figura 1.10: Sezioni d'urto differenziali di frammenti diversi (H, He,...) ottenuti in cinematica inversa: i punti blu rappresentano i risultati per un bersaglio di grafite (C) mentre i triangoli rossi per un bersaglio di polietilene (C_2H_4) [13]

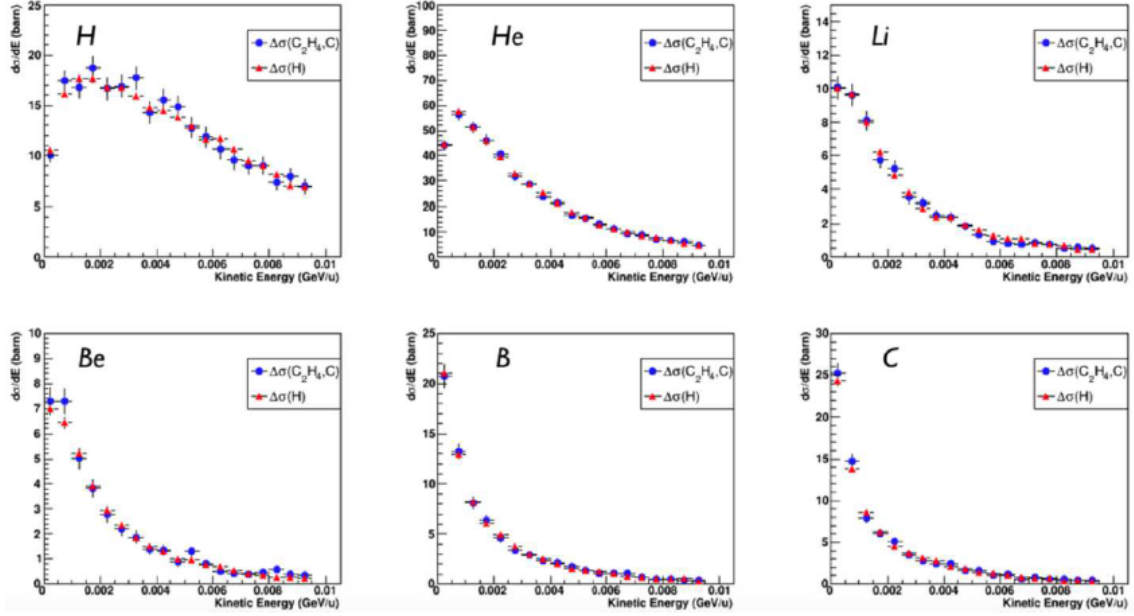


Figura 1.11: Sezioni d'urto differenziali di un fascio di ioni carbonio (^{12}C) di energia 200 MeV/nucleone su un bersaglio di idrogeno (H) (triangoli rossi). L'accordo con i risultati ottenuti dall'equazione 1.6 (punti blu) è evidente.[13]

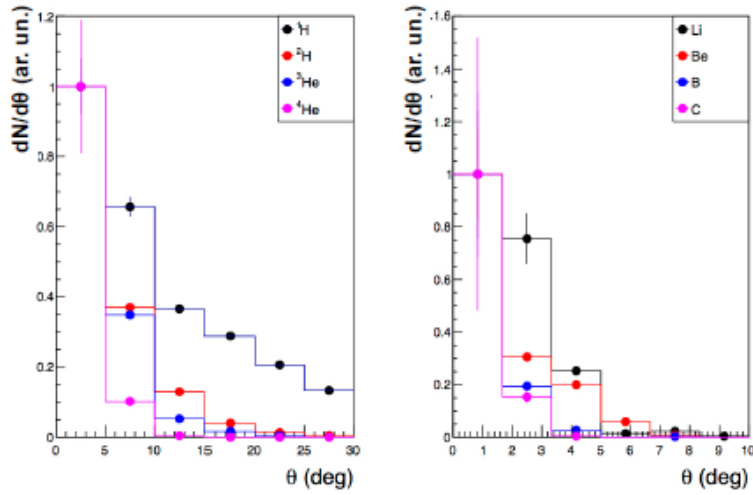


Figura 1.12: Simulazioni Monte Carlo della distribuzione angolare dei frammenti prodotti da un fascio di ^{16}O a 200 MeV/nucleone su un bersaglio di polietilene. I frammenti leggeri (grafico di sinistra) sono prodotti significativamente anche ad ampi angoli, superiore a 20° mentre la produzione di frammenti pesanti (grafico di destra) è ristretta ad angoli non superiore a 10° . [13]

L'apparato sperimentale di FOOT prevede due differenti strutture, una a piccolo angolo per la misura dei frammenti pesanti e una a grande angolo di accettazione basata su camere ad emulsione per i frammenti più leggeri: un apparato unico, a grande angolo sia per frammenti leggeri che per frammenti pesanti, sarebbe stato molto grande e inadatto al trasporto.

1.6 Setup per frammenti pesanti

Il setup per i frammenti pesanti, riportato in figura 1.13 è composto da diversi rivelatori adibiti a misurare la traiettoria, impulso (p), il tempo di volo (*Time Of Flight*, TOF in breve), energia cinetica (E_c) e Stopping Power (dE/dx) dei frammenti prodotti nel bersaglio. Da queste grandezze è possibile determinare univocamente l'identità del frammento ricostruendone numero atomico Z e numero di massa A e calcolare le sezioni d'urto differenziali. Se si vuole ottenere queste ultime con una precisione del 5% è necessario che le precisioni delle diverse grandezze in gioco siano inferiori a:

- $\frac{\sigma_p}{p} \leq 5\%$ (risoluzione sull'impulso)
- $\frac{\sigma_{TOF}}{TOF} \leq 1.5\%$, ossia $\sigma_{TOF} \leq 100$ ps (risoluzione sul tempo di volo)
- $\frac{\sigma_{E_c}}{E_c} \leq 2\%$ (risoluzione sull'energia cinetica)
- $\frac{\sigma_{dE/dx}}{dE/dx} \leq 5\%$ (risoluzione sullo stopping power, ossia la perdita di energia per un frammento che attraversa uno strato sottile di materiale)

Le varie componenti dell'apparato e il loro funzionamento nell'esperimento sono discusse in seguito.

1.6.1 Start Counter

Lo *Start Counter* consiste in un disco di scintillatore plastico EJ-228 di raggio 26 mm, sufficiente a ricoprire l'intera sezione trasversa del fascio incidente, e spesso 250 micron. Lo spessore è stato scelto in modo tale che fosse abbastanza sottile da ridurre i fenomeni di frammentazione pre-target a meno del 5% rispetto a quelli che si otterrebbero con un bersaglio di grafite spesso 2 mm e abbastanza spesso da mantenere un'efficienza vicina al 100% al passaggio del fascio. La luce prodotta dagli scintillatori è raccolta radialmente da un sistema di 160 fibre ottiche raggruppate in quattro rami ed è letta da tubi fotomoltiplicatori PMT Hamamatsu H10721-210. La spiegazione del funzionamento dello scintillatore e dei tubi fotomoltiplicatori è discussa nel dettaglio nel capitolo successivo. Lo Start Counter agisce sia come trigger indicando l'arrivo di una particella del fascio all'intero apparato sia per la misura dell'istante iniziale del tempo di volo (TOF).

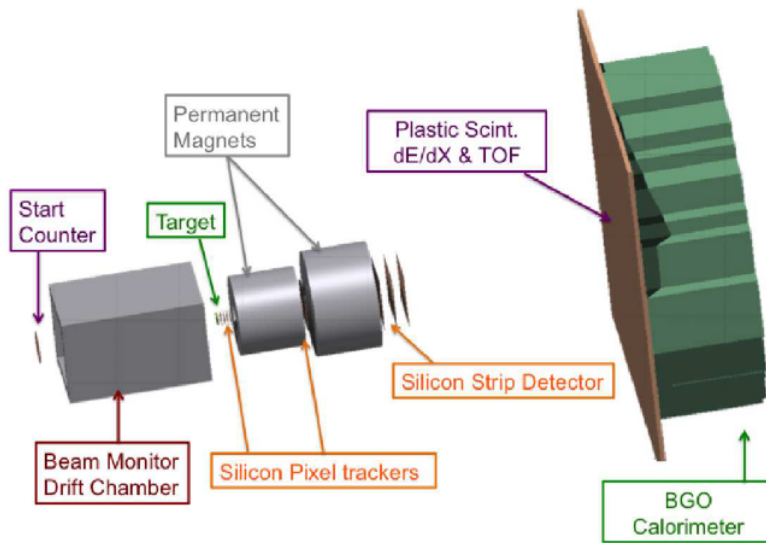


Figura 1.13: Schema dell'apparato sperimentale dell'esperimento FOOT [13]

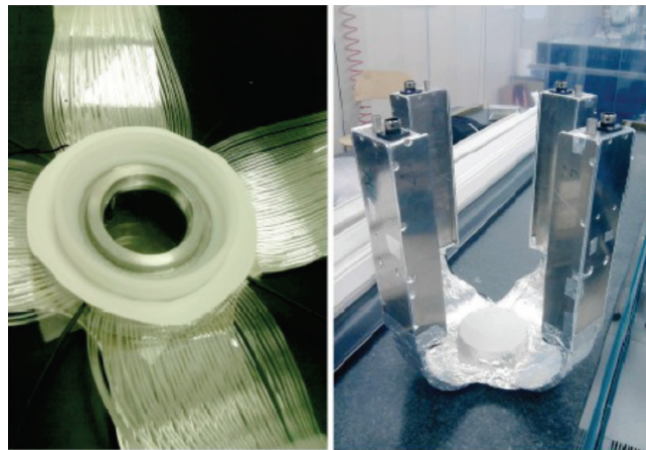


Figura 1.14: Start Counter: il disco scintillatore (a sinistra) è collegato ai rami di fibre ottiche che sono collegati ai quattro tubi fotomoltiplicatori (a destra)[13]

1.6.2 Beam Monitor/Drift Chamber

Il *Beam Monitor* (BM), posizionato subito dopo lo Start Counter, è una camera di ionizzazione a deriva. Il BM rivela eventuali frammentazioni avvenute prima del target e permette di rimuoverle in una successiva analisi, inoltre misura con estrema precisione la direzione del fascio incidente poiché è una quantità cruciale per il boost di Lorentz necessario nell'approccio in cinematica inversa. La camera è formata da dodici strati composti da tre fili anodici (mantenuti ad un potenziale elettrico positivo di 1.8 kV) e compreso

tra due piani catodici (mantenuti a potenziale elettrico nullo). I fili sono posizionati perpendicolarmente alla direzione del fascio, che per convenzione è assunto come asse z , mentre gli strati sono posti alternativamente parallelamente all'asse x e parallelamente all'asse y individuando celle di dimensione $16 \times 20 \text{ mm}^2$. La camera è riempita di una miscela di gas $Ar/CO_2 = 80\% \text{ } 20\%$. Il passaggio di particelle ionizzanti all'interno del gas crea coppie ione positivo-elettrone: gli ioni migrano verso il piano catodico, mentre gli elettroni verso il filo anodico più vicino. L'energia che gli elettroni acquistano nel cammino libero medio accelerati dal campo elettrico generato dal filo è sufficientemente grande da creare nuove coppie ione positivo-elettrone in un meccanismo a valanga: gli elettroni sono raccolti dal filo anodico nel quale si genera quindi un impulso elettrico. Ogni filo funziona quindi come un contatore proporzionale ed è dotato di una propria elettronica di acquisizione [3]. Misurando il tempo impiegato dagli elettroni per raggiungere il filo si può ricostruire la traccia del fascio incidente con una risoluzione spaziale (nella direzione perpendicolare al fascio) di circa $140 \text{ }\mu\text{m}$ per nuclei incidenti di carbonio.

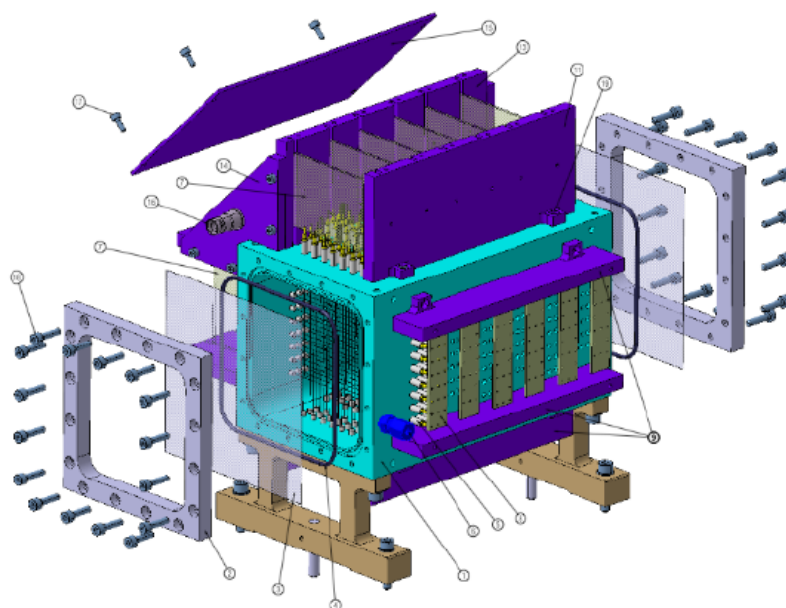


Figura 1.15: Rappresentazione illustrativa della camera di ionizzazione a deriva [13]

1.6.3 Target

Subito dopo il Beam Monitor è posizionato il bersaglio composto da due campioni affiancati di grafite (C) e polietilene (C_2H_4) spessi circa 2 mm. La scelta di questa dimensione è stata realizzata allo scopo di minimizzare i fenomeni di scattering multiplo all'interno

del target stesso mantenendo però una probabilità di frammentazione non troppo bassa ($\sim 3\%$)

1.6.4 Spettrometro magnetico

La misura dell'impulso della particella è affidata ad una regione in cui è presente un campo magnetico fornito da due magneti permanenti in configurazione di *Halbach* a geometria cilindrica [14]. I magneti sono cavi ed all'interno il campo risulta pressochè costante di intensità massima 1.3 T.

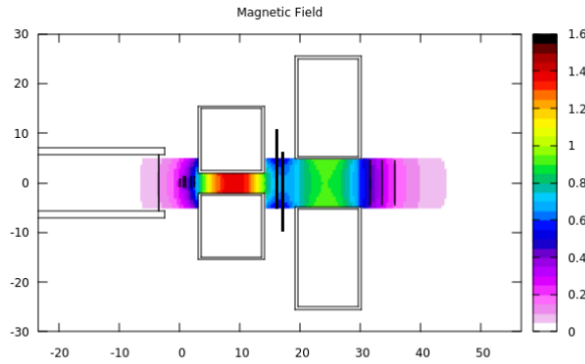


Figura 1.16: Rappresentazione del valore di campo magnetico dei magneti permanenti in configurazione di *Halbach*. All'esterno il campo è approssimativamente nullo, mentre all'interno della cavità è quasi costante. Le dimensioni riportate sugli assi orizzontali e verticali sono espresse in cm [13]

Il campo permette di deviare la traiettoria dei frammenti, dal cui raggio di curvatura è possibile ricavare l'impulso. La definizione della traiettoria è affidata a tre rivelatori posti in tre zone diverse della regione:

- Il *Vertex Tracker* è posto subito dopo il target e ha il compito di identificare il punto di formazione dei frammenti. Il rivelatore si compone di quattro strati di quattro sensori al silicio Mimosa28 della famiglia CMOS MAPS (Monolithic Active Pixel Sensor) e copre un angolo di rivelazione di circa 40° . Ogni sensore è una matrice di 928×960 pixel ognuno di sezione quadrata di lato $20.7 \mu\text{m}$ e area complessiva di $20.22 \times 22.71 \text{ mm}^2$. Lo spessore del sensore è inferiore a $50 \mu\text{m}$ per minimizzare lo scattering multiplo dei frammenti.
- L'*Inner Tracker* è posizionato tra i due magneti permanenti in una zona di campo magnetico non nullo ($B \sim 0.6 \text{ T}$) che non influisce significativamente sull'elettronica del sensore. Il sensore è costituito da due strati di 16 sensori Mimosa28, identici a quelli presenti nel Vertex Tracker. La sezione coperta è quadrupla e pari a circa

80x80 mm². I due piani di sensori sono separati da uno strato di 2 mm in carburo di silicio (SiC), una schiuma solida con densità atomica molto bassa.

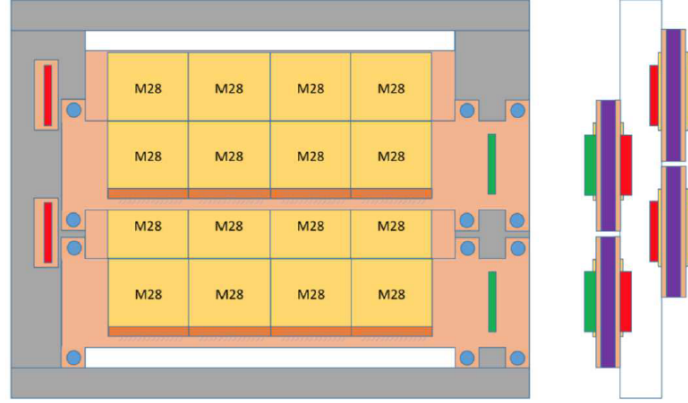


Figura 1.17: Schema grafico dell'Inner Tracker [13]

- L'*Outer Tracker* è posizionato subito dopo il secondo magnete permanente ed è costituito da tre piani di *Microstrip Silicon Detector* (MSD) di sezione 90×90 mm² tristrato. Ogni piano è separato dal successivo da una distanza di 2 cm e è formato da due strati di silicio di spessore 70 μm rispettivamente drogati p e n incollati da un foglio di Kapton di spessore 30 μm. Gli elettrodi a strip corrono lungo l'intera lunghezza del sensore e raccolgono il segnale elettrico costituito da elettroni e lacune che si formano nel silicio al passaggio di una particella. Ogni striscia è separata da quella adiacente da una distanza di 125 μm (distanza centro-centro) e permettono una risoluzione spaziale di circa 35 μm.

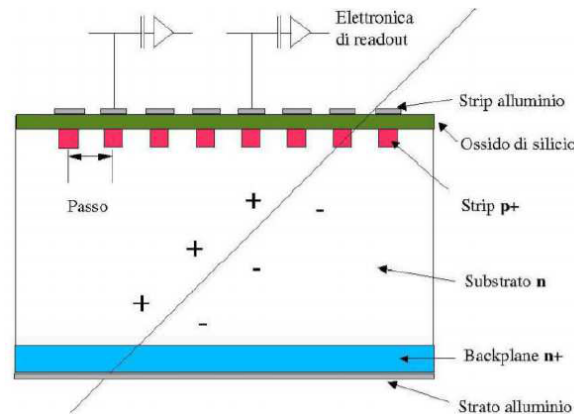


Figura 1.18: Schema grafico del funzionamento di uno strato del MSD dell'Outer Tracker[15]

1.6.5 Scintillatore

Lo scintillatore plastico ha il compito di misurare l'istante finale per la misura di tempo di volo. Il rivelatore è costituito da due strati di 20 barre di scintillatore plastico ciascuna di lunghezza 440 mm e larghezza 20 mm e copre una sezione complessiva di circa $40 \times 40 \text{ cm}^2$, necessaria per raccogliere i frammenti pesanti nel cono di 10° a 1 m di distanza dal punto di formazione. I due strati sono posti con barre in posizione ortogonale per ricostruire la posizione del frammento nel piano perpendicolare al fascio. L'energia depositata in questo rivelatore viene utilizzata per calcolare lo *Stopping Power* dE/dx del frammento dal quale è possibile misurare la carica una volta noto il tempo di volo.

1.6.6 Calorimetro

L'ultimo rivelatore è il calorimetro ed ha il compito di misurare l'energia cinetica della particella incidente. Il sensore è costituito da 320 cristalli di scintillatore inorganico in germanato di bismuto ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$) di sezione trasversa $20 \times 20 \text{ mm}^2$ e ricoprono una superficie emisferica di raggio 20 cm. La sezione è stata opportunamente scelta per minimizzare la probabilità che due frammenti impattino lo stesso cristallo e si abbiano misure errate di energia. La misura di energia attraverso il calorimetro è un metodo distruttivo in quanto prevede un assorbimento totale della particella: per questo motivo è stato scelto un materiale caratterizzato da elevata densità e numero atomico. I fenomeni che prevedono cessione di energia esaminati nei paragrafi precedenti sono intensi e frequenti e causano l'arresto totale dei frammenti. Solo i neutroni, che hanno carica elettrica nulla, possono uscire dal calorimetro senza arrestarsi completamente: in questo caso si ha una sottostima dell'energia cinetica dei frammenti.

Capitolo 2

Misure di tempo di volo di muoni cosmici: apparato sperimentale

Come osservato nel capitolo precedente, tra le grandezze misurate dall'esperimento FOOT c'è il tempo di volo delle particelle frammenti. Nel laboratorio si è pensato di ricreare l'apparato preposto a questa misura per valutarne prestazioni e criticità. Sia lo Start Counter che lo scintillatore a valle del secondo magnete permanente sono sostituiti da due piastre scintillatrici organiche. Il trigger -originariamente costituito dallo stesso Start Counter- è una terza piastra scintillatrice posizionata tra le due piastre. I segnali luminosi sono convertiti in segnali elettrici da tubi fotomoltiplicatori (PMT). I segnali elettrici sono poi analizzati dall'apparato elettronico e software dell'esperimento FOOT.

Le particelle rivelate sono muoni che si formano in alta atmosfera dall'impatto tra raggi cosmici provenienti dal Sole e atomi dell'atmosfera. Il capitolo si propone di dare un'esauritiva descrizione del funzionamento e delle proprietà dei singoli elementi che costituiscono l'apparato sperimentale, in particolare scintillatori e PMT.

2.1 Scintillatori

I materiali scintillatori hanno la proprietà di luminescenza: sono capaci di assorbire una fonte di energia come radiazione o calore e di riemetterla parzialmente sotto forma di luce visibile. Uno scintillatore ideale dovrebbe possedere tutte le seguenti proprietà:

- alta efficienza di conversione dell'energia depositata dalla radiazione in luce: tale conversione dovrebbe essere lineare, cioè direttamente proporzionale all'energia depositata in un ampio intervallo di energie;
- alta trasparenza alla propria radiazione di fluorescenza per permettere la trasmissione della luce;
- una piccola costante di decadimento τ_f ;

- proprietà ottiche, meccaniche e dimensioni tali da poter soddisfare le esigenze dell'apparato di misura;
- indice di rifrazione il più vicino possibile a quello del materiale con cui si interfaccia, al fine di migliorare l'accoppiamento con il fotorivelatore.

In prima approssimazione la funzione che esprime l'evoluzione temporale del processo di ri-emissione ha un andamento esponenziale

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau_f} \quad (2.1)$$

dove N è il numero di fotoni emessi al tempo t , N_0 è il numero di fotoni al tempo $t = 0$ e τ_f è detta costante di decadimento. A seconda del valore della costante di decadimento si ha

- *fluorescenza* per $\tau_f \leq 10^{-8}$ s,
- *fosforescenza* per $\tau_f \geq 10^{-3}$ s, fino ad alcune ore.

Se il tempo di assorbimento non è trascurabile, allora una conveniente approssimazione è data dall'equazione [1]

$$N(t) = N_0 \Phi(\sigma, t) e^{-t/\tau_f} \quad (2.2)$$

dove $\Phi(\sigma, t)$ è una funzione gaussiana con valor medio nullo e deviazione standard σ . Esistono due categorie principali di scintillatori: quelli *inorganici* e quelli *organici*. Essi si diversificano sulla base dei processi fisici che portano alla conversione in luce dell'energia depositata dalla radiazione incidente. I primi godono di una maggiore resa di luce e di migliore risoluzione energetica, tuttavia hanno tempi di risposta maggiori. Quelli organici invece hanno tempi di risposta più brevi, ma rese di luce inferiori.

Gli scintillatori utilizzati in laboratorio sono scintillatori plastici rivestiti in materiale riflettente e ricoperti da nastro adesivo nero per minimizzare l'ingresso di fotoni dall'esterno che potrebbero interferire con il segnale prodotto dalla stessa. Le dimensioni approssimative di tali scintillatori sono $100 \times 100 \times 10$ mm³.

2.1.1 Scintillatori organici

Il processo di emissione luminosa in uno scintillatore organico risiede nella struttura a livelli energetici della singola molecola ed è osservabile quindi indipendentemente dallo stato di condensazione del materiale. La maggior parte degli scintillatori organici sono basati su strutture molecolari aromatiche nelle quali si ha una sistema di elettroni *delocalizzati* appartenenti all'orbitale molecolare π .

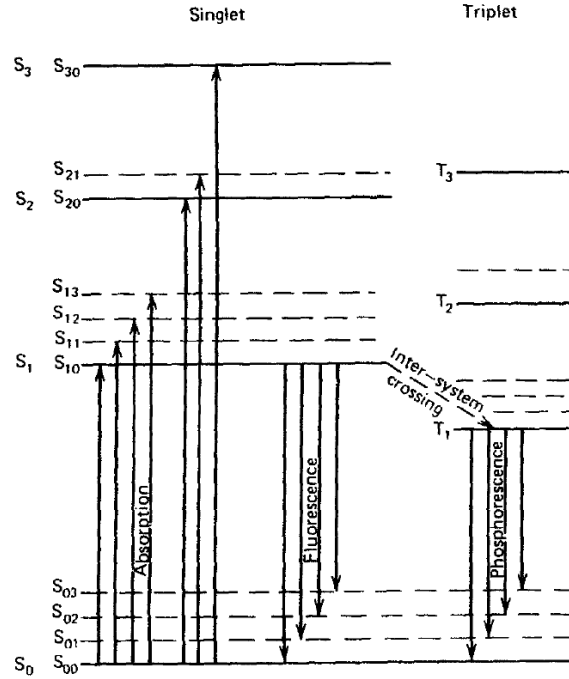


Figura 2.1: Diagramma dei livelli energetici degli elettroni π in uno scintillatore organico: a sinistra di stati di singoletto, a destra gli stati di tripletto.[1]

Il sistema di livelli energetici degli elettroni π , illustrato in figura 2.1, è costituito da una serie di stati di singoletto (spin totale nullo) S_0, S_1, S_2, \dots e da stati di tripletto (spin totale unitario) T_1, T_2, T_3, \dots . La separazione energetica tra livelli adiacenti è dell'ordine dell'eV. Ciascun livello energetico presenta una struttura fine dovuta ai diversi moti di vibrazione molecolare. Questi sottolivelli sono indicati introducendo un indice supplementare: lo stato S_1 risulta splittato in $S_{10}, S_{11}, S_{12}, \dots$. L'energia di separazione tra livelli vibrazionali adiacenti è dell'ordine di qualche decimo di eV. A temperatura ambiente l'energia termica è ~ 0.025 eV, insufficiente per permettere transizioni sia tra livelli elettronici sia tra livelli vibrazionali: lo stato più diffuso è quindi S_{00} (fondamentale). Il passaggio della radiazione ionizzante (come i muoni cosmici) promuove gli elettroni ad uno dei possibili livelli eccitati di singoletto S_{ni} . In tempi brevissimi (≤ 10 ps = 10^{-11} s) tutti gli stati eccitati decadono nel livello S_{10} in un processo detto *degradazione interna* che non prevede l'emissione di radiazione, ma principalmente dissipazione in energia termica. Il livello S_{10} decade in tempi dell'ordine di 10^{-9} s in uno degli stati vibrazionali del livello fondamentale S_{1i} : si ha il processo di fluorescenza. I livelli vibrazionali decadono nel livello fondamentale S_{00} per ricombinazione termica. I processi di *intersystem crossing* permettono la conversione tra stati di singoletto e tripletto adiacenti (transizione $S_{10} \rightarrow T_{10}$). La diseccitazione $T_{10} \rightarrow S_{ni}$ avviene invece generalmente in tempi dell'ordine di 10^{-3} s: in tal caso si ha il processo di fosforescenza.

Visto che lo stato T_{10} ha energia inferiore al livello S_{10} , la lunghezza d'onda dello spettro di fosforescenza è più elevata di quello di fluorescenza. Questi processi emettono ad energie inferiori a quelle di assorbimento (transizione $S_{00} \rightarrow S_{ni}$), dunque il materiale risulta trasparente alla propria radiazione prodotta.

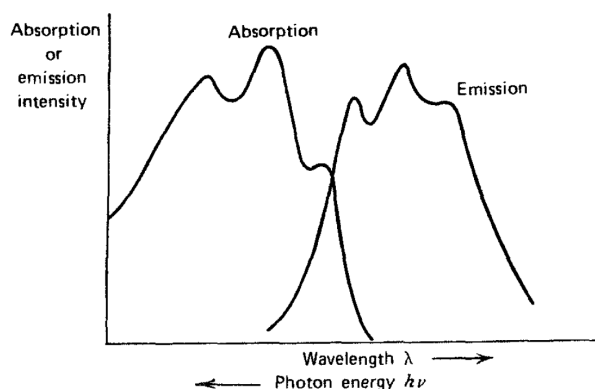


Figura 2.2: Spettro di assorbimento ed emissione di uno scintillatore organico. Il piccolo intervallo di lunghezze d'onda in sovrapposizione tra le due curve rende il materiale quasi totalmente trasparente alle lunghezze d'onda di fluorescenza e fosforescenza.

2.1.2 Scintillatori inorganici

Il meccanismo di scintillazione dei materiali inorganici risiede unicamente nella struttura a bande degli elettroni del reticolo cristallino, come mostrato in figura 2.3.

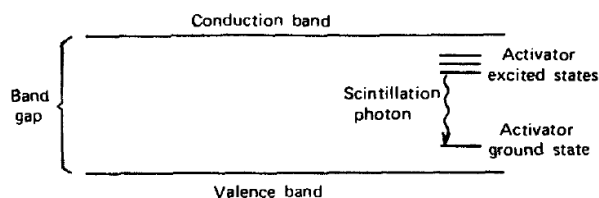


Figura 2.3: Struttura a bande del cristallo di materiale scintillatore inorganico [1]

La banda inferiore, chiamata banda di valenza, rappresenta gli elettroni che sono essenzialmente legati ai vertici del reticolo, mentre la banda superiore di conduzione rappresenta quegli elettroni che hanno abbastanza energia per poter migrare liberamente attraverso il cristallo. Il passaggio della particella incidente permette la transizione tra le bande con formazione di coppie elettrone-lacuna. La separazione tra le bande (*band gap*) nel cristallo puro è generalmente alta ($\Delta E_{band\ gap} \geq 3\ eV$) e l'emissione del fotone avviene a lunghezze d'onda superiore allo spettro della luce visibile.

Piccole quantità di impurezze (attivatori) posizionate in zone dette centri di luminescenza

possono modificare questa struttura a bande: l'energia di ionizzazione dell'impurità è molto bassa e la lacuna formata dal passaggio della particella velocemente si muove in direzione dell'attivatore e lo ionizza. Un elettrone vagante può ricombinarsi con l'atomo ionizzato in una configurazione neutrale dotata di una struttura a livelli energetici discreti che risiedono all'interno del band gap. Le transizioni tra questi livelli emettono radiazione di energia inferiore all'intero band gap e possono ricadere nello spettro visibile. Lo spettro caratteristico è illustrato in figura 2.4.

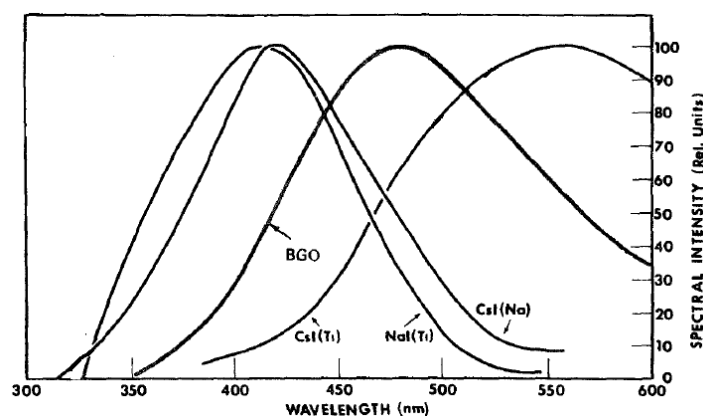


Figura 2.4: Spettri di emissione di diversi scintillatori inorganici [16]

I tempi di queste diseccitazioni avvengono generalmente in tempi $10^{-7} \div 10^{-8}$ s. Se la transizione avviene senza emissione di fotoni, il centro di luminescenza viene detto trappola e si assiste al fenomeno di quenching in cui l'energia viene dissipata in altri processi. Esempi di scintillatori inorganici sono cristalli di alogenuri alcalini, come ioduro di sodio drogato tallio NaI(Tl) e fluoruro di cesio CsF₂, e sali contenenti anioni germanato ($\text{Ge}_3\text{O}_{12}^{4-}$) e tungstato (WO_4^{2-}). Questi materiali sono caratterizzati da notevole densità e numero atomico, dunque elevato Stopping Power in accordo all'equazione di Bethe-Block (equazione 1.5): la radiazione incidente è assorbita completamente da spessori piccoli di materiale attraversato, infatti è il materiale ideale per costruire calorimetri, come quello dell'esperimento FOOT (vedi paragrafo 1.6.6).

2.2 Tubo fotomoltiplicatore (PMT)

Un tubo fotomoltiplicatore (PMT) è un dispositivo capace di trasformare un segnale luminoso (in genere formato da fotoni appartenente allo spettro visibile) in un segnale elettrico, cioè una corrente di elettroni che può essere letta da un opportuno sistema di acquisizione. La struttura del dispositivo in figura 2.5 è illustrata nei paragrafi successivi.

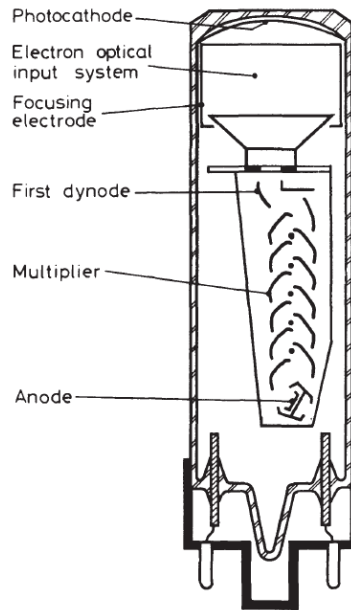


Figura 2.5: Schema illustrativo di un fotomoltiplicatore (PMT) [16]

2.2.1 Fotocatodo

Il fotocatodo è uno strato sensibile alla luce composto da un metallo o da un semiconduttore. Si ha emissione di elettroni per effetto fotoelettrico, come già discusso nel paragrafo 1.1.1. Un parametro importante per la descrizione di questo fenomeno è l'efficienza quantica η definita come

$$\eta(\lambda) = \frac{\text{numero di fotoelettroni emessi}}{\text{numero di fotoni incidenti sul fotocatodo}} \quad (2.3)$$

L'efficienza quantica dipende significativamente dal tipo di materiale del fotocatodo e dalla lunghezza d'onda della luce incidente. Il suo range varia su diversi ordini di grandezza (da 0.1% per alcuni metalli fino a 10 ÷ 30% per alcuni semiconduttori), come illustrato in figura 2.6.

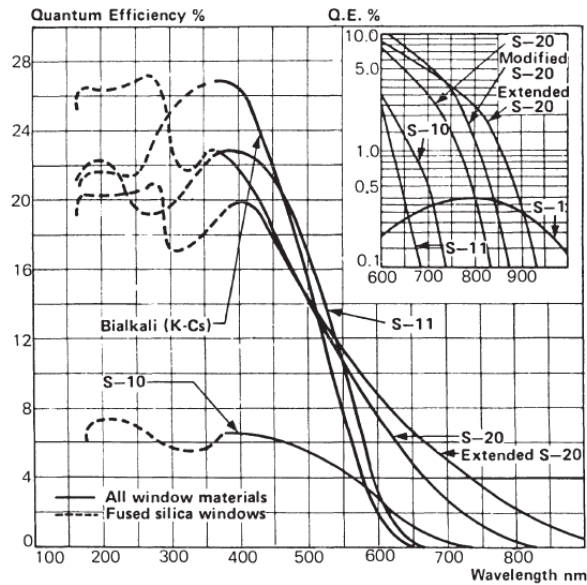


Figura 2.6: Efficienza quantica di diversi materiali utilizzati come fotocatodo [1]

2.2.2 Collimatore

Gli elettroni emessi dal fotocatodo sono raccolti e collimati verso la prima parte del sistema di moltiplicazione del segnale tramite un sistema di input elettro-ottico. Nella maggior parte dei fotomoltiplicatori il compito è realizzato dall'applicazione di un campo elettrico, o più raramente da una combinazione di campi elettrici e magnetici. Un esempio di tale apparato è illustrato in figura 2.7 nella quale viene utilizzata una combinazione di elettrodi per accelerare e direzionare gli elettroni.

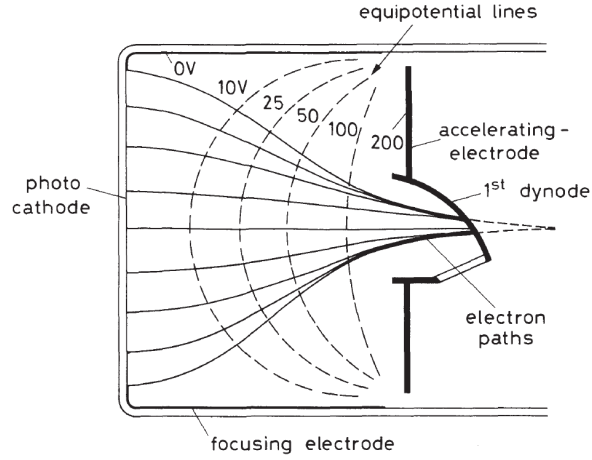


Figura 2.7: Schema illustrativo di un collimatore realizzato con l'applicazione di un campo elettrico da parte di elettrodi acceleranti e direzionanti [16]

Per ottimizzare il dispositivo è importante che

- il maggior numero di elettroni raggiunga la sezione di moltiplicazione del segnale a prescindere dal punto di emissione sul fotocatodo;
- il tempo impiegato da un elettrone per attraversare completamente il collimatore sia il più possibile indipendente dal punto di emissione.

La seconda richiesta è particolarmente importante se i fotomoltiplicatori sono utilizzati per misure temporali perché contribuisce significativamente alla risoluzione temporale del rivelatore.

2.2.3 Catena dinodica

Una successione di piastre metalliche, dette *dinodi*, permette di moltiplicare il debole fascio di elettroni prodotti dal fotocatodo di diversi ordini di grandezza e ottenere una corrente rilevabile dal sistema di acquisizione. Gli elettroni primari, accelerati dal campo elettrico del collimatore, incidono sul primo dinodo e si ha l'emissione secondaria di elettroni in un meccanismo simile all'effetto fotoelettrico. Il fattore di moltiplicazione è definito δ come rapporto

$$\delta = \frac{\text{numero di elettroni emessi}}{\text{numero di elettroni incidenti}} \quad (2.4)$$

e può essere espresso dalla relazione

$$\delta = KV_d^\beta \quad (2.5)$$

dove V_d è la differenza di potenziale tra dinodi successivi e K e β sono coefficienti che dipendono dal materiale e dalla geometria degli elettrodi. Il meccanismo è attivato solo se gli elettroni incidenti hanno un'energia superiore a una certa soglia, corrispondente al bandgap del materiale che compone il dinodo. Gli elettroni sono emessi a basse energie (circa 1 eV) e sono accelerati dal potenziale elettrico a gradino presente tra dinodi successivi. Questo processo può essere iterato con gli elettroni del fascio secondario producendo a cascata elettroni fino ad arrivare a $10^6 \div 10^7$ elettroni, la cui carica è utile a creare segnali sufficientemente intensi. Le caratteristiche richieste per il materiale che compone i dinodi sono

- alto fattore di moltiplicazione δ ;
- stabilità di emissione secondaria ad alte correnti;
- bassa emissione termoionica, ossia basso rumore di fondo.

2.3 Sistema di acquisizione (DAQ)

I segnali elettrici provenienti dai tre fotomoltiplicatori sono acquisiti da un sistema elettronico basato su quello dell'esperimento FOOT. La tipica forma del segnale in uscita dai PMT, illustrata in figura 2.8, è un impulso di tensione di durata finita.

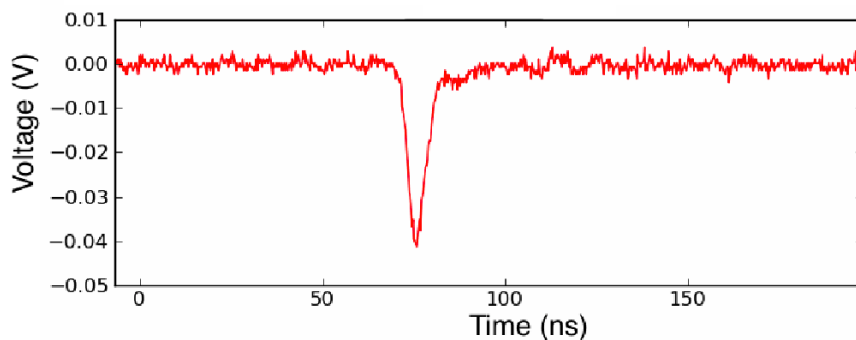


Figura 2.8: Esempio della tipica forma impulsiva del segnale in uscita da un fotomoltiplicatore Hamamatsu R11780 12 [17]

La ricostruzione operativa del tempo di arrivo della particella può essere realizzata con diverse procedure:

- istante temporale del massimo del segnale;
- istante temporale in cui il segnale supera una prefissata soglia;

- istante temporale in cui il segnale raggiunge una frazione dell'ampiezza massima.

Il primo metodo risulta alquanto inaffidabile perchè il segnale presenta in genere più massimi molto ravvicinati a causa del rumore di fondo dell'apparato elettronico, dunque non è possibile associare un'unica misura temporale. La seconda procedura soffre di un errore sistematico detto *Time Walk* che si presenta con segnali che hanno diversa ampiezza massima: il segnale di ampiezza maggiore supera la soglia fissa prima del segnale con ampiezza minore. La procedura associa quindi tempi diversi ai due segnali. Questo problema invece non si presenta con il terzo metodo, denominato *Constant Fraction Discriminator* (CFD).

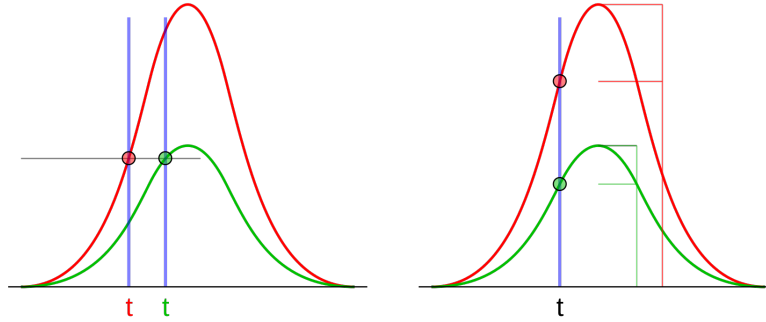


Figura 2.9: Confronto tra applicazione del metodo a soglia fissa e CFD[18]

Il dispositivo che esegue questa procedura è una scheda elettronica non programmabile realizzata nei laboratori INFN di Bologna. La scheda è dotata di 8 input tramite cavi coassiali LEMO, di 8 output analogici che restituiscono il segnale del corrispondente input invertito e amplificato e di 8 output che restituiscono un segnale digitale il cui fronte di salita è situato in corrispondenza dell'istante temporale calcolato secondo il metodo CFD. I segnali digitalizzati sono inviati alla scheda TDC (*Time to Digital Converter*) CAEN V1190B che converte tali segnali della misura di tempo tra l'arrivo del fronte di salita e un istante comune a tutti i segnali che arrivano in una certa finestra temporale definibile dall'utente. La scheda utilizzata è dotata di due gruppi indipendenti da 32 ingressi e ha una risoluzione temporale di 100 ps (10^{-10} s). Il funzionamento del dispositivo è gestito dal sistema di trigger della scheda CAEN V2495 composta da 32 porte programmabili tramite FPGA come input-output. Il segnale di trigger è inibito dal segnale di busy, presente se almeno uno dei dispositivi elettronici non è pronto ad acquisire. L'unico segnale di busy presente nell'apparato è fornito dalla scheda TDC tramite un'uscita programmabile. Le schede sopracitate sono alloggiate in un crate VME (VERSA Module Euro card) che fornisce loro un'alimentazione costante di tensione a 5 V e permette la trasmissione dei dati tramite bus presenti sul fondo del crate stesso.

L'architettura VME è di tipo master-slave gestita dalla scheda CAEN 2718, un VME-to-PCI optical-link bridge che legge la memoria del TDC e si interfaccia con una scheda PCI Express.

Il file prodotto da una sessione di misure è binario ed è letto da un primo software che lo trasforma di una nupla di ROOT (TTree) e da una seconda macro che permette di estrapolare le misure di tempo di volo dei muoni. L'alimentazione dei fotomoltiplicatori è affidata al modulo CAEN N1470 a 4 canali gestibili singolarmente. La tensione fornita da ciascuna porta è definibile dall'utente ed è stata fissata a 1100 V per permettere l'utilizzo ottimale dei fotomoltiplicatori. L'alimentazione del modulo è invece affidata al crate su cui è alloggiato, un crate NIM (Nuclear Instrument Methods).

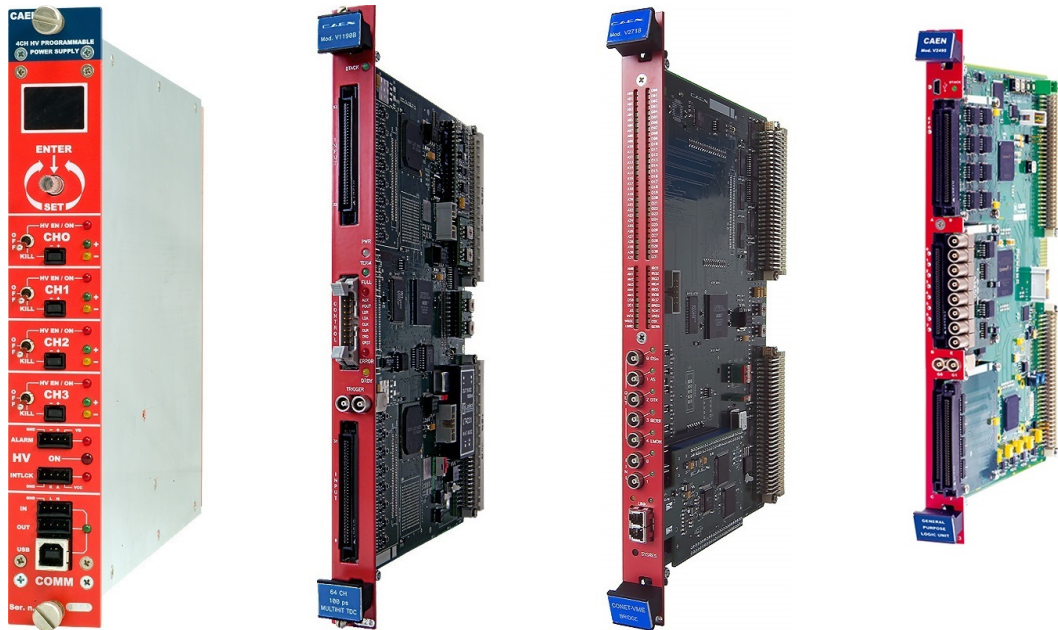


Figura 2.10: Schede CAEN utilizzate nel corso dell'esperimento: da sinistra l'alimentatore N1470, il TDC V1190B, il Master VME-to-PCI optical-link bridge V2718 e la scheda di trigger V2495. [19], [20], [21], [22]

Capitolo 3

Misure di tempo di volo e di flusso di muoni cosmici: risultati delle misure

Le misure di tempo di volo sono effettuate da tre scintillatori plastici accoppiati ad altrettanti fotomoltiplicatori. Gli scintillatori sono posti uno sopra all'altro e fissate ad una struttura metallica composta da un'asta lunga circa 2 m in grado di ruotare attorno al fulcro posto a metà lunghezza. In questo modo è possibile effettuare misure a diversi angoli, fino a 90° . Lo scintillatore a metà altezza funge da trigger: l'acquisizione dei dati avviene come descritto nel paragrafo precedente. Gli eventi "interessanti" sono le coincidenze triple che avvengono solo se il muone ha attraversato tutti e tre i rivelatori. Solo da questi è possibile ricostruire il tempo di volo della particella, come differenza tra il tempo di arrivo nello scintillatore superiore e il tempo di arrivo nello scintillatore inferiore. Il tempo così misurato è però affetto da un offset dovuto ai diversi tempi di reazione dei rivelatori e dal ritardo della trasmissione dei segnali lungo i cavi LEMO. La misura dell'offset è stata effettuata acquisendo dati con i tre scintillatori posizionati uno sopra l'altro. Successivamente è stato effettuato il fit di tali misure con una gaussiana: l'eventuale valore medio non nullo è da considerarsi l'errore sistematico da associare alle misure di tempo di volo. Il valore di offset per le misure realizzate a 0° e 45° è -1.066 ns, mentre per le misure ad angoli di 15° , 30° , 60° e 90° è di -9.127 ns a causa dell'aggiunta di un cavo supplementare che offriva un ritardo di circa 8 ns. È necessario introdurre anche un ulteriore errore sistematico dovuto al tempo di attraversamento delle piastre che hanno spessore finito e pari a 1 cm. I muoni viaggiano approssimativamente alla velocità della luce. L'offset si ottiene come rapporto tra spazio percorso e velocità di attraversamento ed è pari a 0.07 ns.



Figura 3.1: Fotografia dell'apparato sperimentale utilizzato in laboratorio. Le frecce evidenziano i tre scintillatori alloggiati sull'asta metallica rotante

3.1 Misure di flusso di muoni

I muoni cosmici sono prodotti dall'interazione dei raggi cosmici con gli strati superiori dell'atmosfera ad un'altezza compresa tra 15 e 20 km. Il muone non è una particella stabile e decade velocemente in elettrone e neutrino muonico: la sua vita media a riposo τ_0 è di $2.2 \mu s$. L'energia media dei muoni che arrivano a livello del mare è di circa 3 GeV [22]. Si può quindi stimare il fattore di Lorentz γ tramite la relazione

$$E = m_0 c^2 \gamma \implies \gamma = \frac{E}{m_0 c^2}$$

dove m_0 è la massa a riposo del muone ($0.105 \text{ GeV}/c^2$) e vale circa 30. I muoni dunque si muovono con una velocità prossima alla velocità della luce, come espresso dalla relazione

inversa

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \approx 0.999c$$

La vita media del muone appare ad un osservatore solidale con la Terra riscalata di un fattore γ : lo spazio percorso dalla particella può essere espresso dalla formula

$$L = v\gamma\tau_0$$

e vale 20 km per energie di 3 GeV, sufficiente a coprire l'intero attraversamento dell'atmosfera. Muoni generati con energie inferiori possono coprire distanze inferiori allo spessore atmosferico, dunque non possono essere rivelati a terra. Il grafico in figura 3.2 mostra lo spettro del flusso dei muoni in funzione dell'impulso. Muoni con impulso inferiore a 1 GeV/c, cui corrisponde un'energia approssimativamente dello stesso valore, non sono osservati al livello del mare.

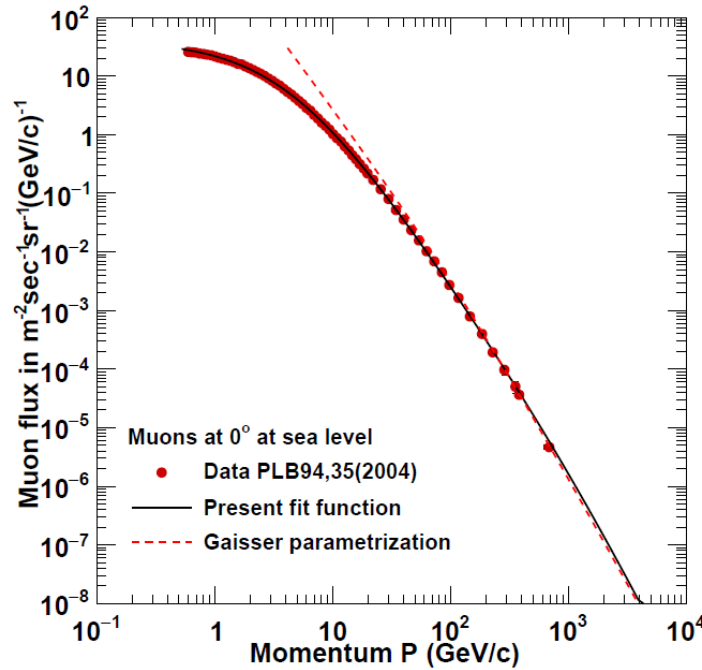


Figura 3.2: Flusso di muoni a livello del mare in funzione dell'impulso della particella. Si può notare che non è possibile osservare muoni con impulso inferiore a circa 1 GeV/c. [23]

La distribuzione del flusso di muoni è indipendente dall'angolo azimutale, mentre dipende dall'angolo polare θ formato dalla direzione di volo del muone e la perpendicolare terrestre secondo una legge

$$f(\theta) = A \cdot \cos^2(\theta) \quad (3.1)$$

dove A è una costante empirica. I flussi di particelle sono generalmente misurati come numero di particelle che attraversano l'unità di superficie posta nell'unità di angolo solido nell'unità di tempo, ossia ha unità di misura $m^{-2} sr^{-1} s^{-1}$, come si può osservare in figura 3.2. Nell'apparato realizzato in laboratorio tuttavia sono presenti due vincoli:

- area di rivelazione fissa, pari alla superficie degli scintillatori;
- angolo solido fisso. L'apertura angolare può essere stimata per via geometrica attraverso la relazione

$$\sin(\alpha) = \frac{l}{D} \implies \alpha = \arcsin \frac{l}{D} \approx 4^\circ$$

dove l è il lato della piastra scintillatrice (10 cm) e D è la distanza tra piastra superiore e inferiore (196 cm).

Il flusso calcolato in laboratorio ha dunque dimensione s^{-1} ed è calcolato come rapporto tra numero di muoni rivelati N_μ , ossia le coincidenze triple compatibili con il passaggio di un muone, e la durata di una sessione di misure. L'errore sulle misure di conteggio N_μ è calcolato secondo una distribuzione Poissoniana:

$$\sigma_{N_\mu} = \sqrt{N_\mu}$$

mentre gli errori sul tempo di acquisizione dati è inferiore al secondo, dunque trascurabile. I valori delle misure a diversi angoli sono riportati nella tabella 3.1. L'errore relativo sulle misure di flusso è calcolato tramite le leggi di propagazione degli errori e risulta pari all'errore relativo sulle misure di conteggio.

I risultati sono stati graficati ed è stato eseguito un fit secondo l'equazione 3.1.

θ	Numero muoni	Durata acquisizione (s)	Flusso (s^{-1})
0°	2701	313149	$(8.62 \pm 0.17) \times 10^{-3}$
15°	639	84700	$(7.54 \pm 0.29) \times 10^{-3}$
30°	341	55100	$(6.19 \pm 0.34) \times 10^{-3}$
45°	1000	236951	$(4.22 \pm 0.13) \times 10^{-3}$
60°	121	56899	$(2.17 \pm 0.19) \times 10^{-3}$
90°	43	336356	$(0.128 \pm 0.019) \times 10^{-3}$

Tabella 3.1: Misure di flusso di muoni realizzate in laboratorio a diversi angoli polari θ

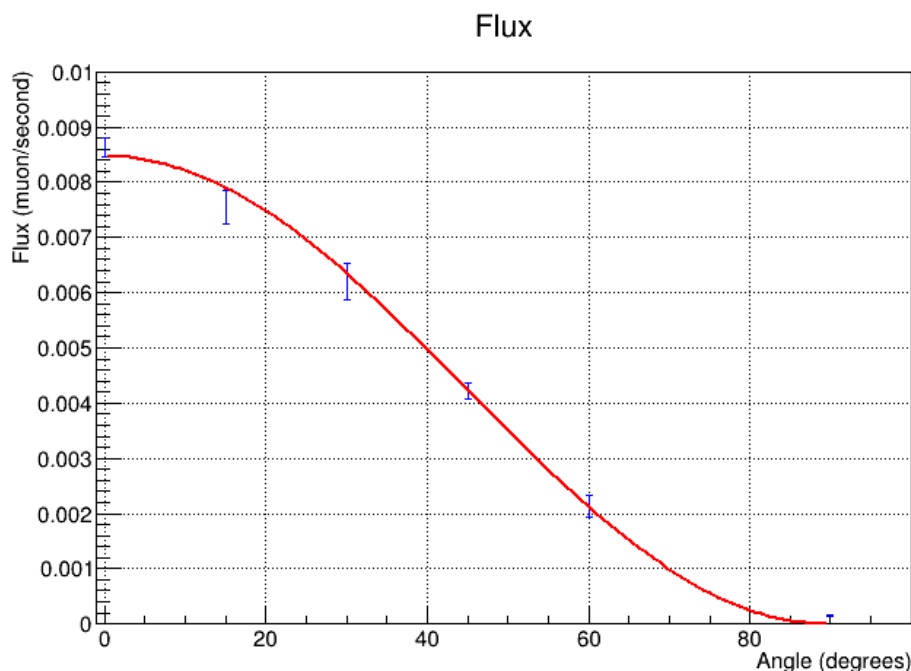


Figura 3.3: Distribuzione dei flussi di muoni in funzione dell'angolo polare θ su cui è stato eseguito il fit in accordo all'equazione 3.1

3.2 Misure di tempi di volo di muoni

La misura di tempo di volo dei muoni è ottenuta come valor medio della statistica combinata delle due sessioni di misure più numerose ad angoli di 0° e 15° . Le due sessioni si sono svolte nelle medesime condizioni sperimentali, dunque è possibile sommare le distribuzioni per ottenere una statistica più numerosa e affidabile. Su tale distribuzione è eseguito un fit tramite la funzione

$$f(t) = G(A, \mu_A, \sigma_A) + G(B, \mu_B, \sigma_B) \quad (3.2)$$

dove $G(A, \mu_A, \sigma_A)$ e $G(B, \mu_B, \sigma_B)$ sono due curve gaussiane rispettivamente parametrizzate da ampiezza A e B , valor medi μ_A e μ_B e deviazioni standard σ_A e σ_B .

Il primo addendo è responsabile delle misure di tempo di attraversamento di una singola particella: come discusso nel paragrafo 3.1 tutte le particelle si muovono pressocchè alla velocità della luce, dunque ci si aspetta una distribuzione molto stretta piccata attorno ad un unico valore. Questa richiesta si traduce in un piccolo valore della deviazione standard σ_A . Il secondo addendo invece è costituito da diversi effetti come

- l'incertezza sulla posizione in cui il muone colpisce lo scintillatore: se il muone passa vicino alla guida di luce il segnale viene generato immediatamente, al contrario se il

muone passa lontano dalla guida di luce si possono verificare fenomeni di riflessione dei fotoni generati con le pareti dello scintillatore, che si traducono in un percorso più lungo e un ritardo della generazione del segnale;

- l'utilizzo di un fotocatodo piatto: i fotoelettroni percorrono distanze diverse a seconda del punto di emissione per raggiungere il primo dinodo, come già discusso del paragrafo 2.2.2. Questo ritardo diventa significativo poichè gli elettroni sono emessi a bassa velocità.

La combinazione di questi effetti causa una dispersione dei valori attorno al valore medio e si traduce in un valore di deviazione standard σ_B più elevato.

Il grafico della distribuzione combinata e del fit è illustrato in figura 3.4. I risultati più significativi sono riportati in tabella 3.2.

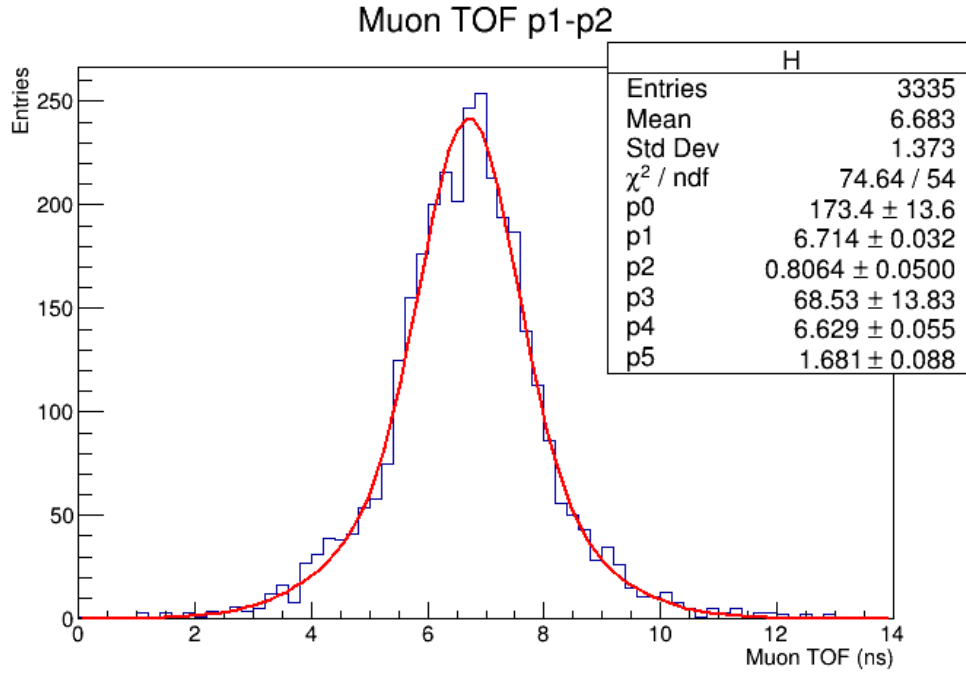


Figura 3.4: Distribuzione combinata dei tempi di attraversamento per angoli di 0° e 15° . Il fit è effettuato con la somma di due gaussiane con deviazioni standard diverse. I risultati del fit sono riportati nella legenda: le triplette p0-p1-p2 e p3-p4-p5 forniscono ampiezza, valor medio e deviazione standard delle due curve gaussiane.

Il tempo di volo t_{TOF} medio cercato è espresso dal valore μ_A , ossia il valor medio della gaussiana con deviazione standard minore ($\sigma_A < \sigma_B$) e con ampiezza maggiore ($A > B$). È necessario a questo punto introdurre l'errore sistematico presente sulle misure di tempo, come osservato nel paragrafo iniziale, sottraendo il tempo impiegato

Parametro	Valore
A	173 ± 13
μ_A	$(6.71 \pm 0.03) \text{ ns}$
σ_A	$(0.81 \pm 0.05) \text{ ns}$
B	69 ± 13
μ_B	$(6.63 \pm 0.06) \text{ ns}$
σ_B	$(1.68 \pm 0.09) \text{ ns}$

Tabella 3.2: Valori dei parametri della funzione in equazione 3.2 a seguito del fit.

ad attraversare le piastre in configurazione sovrapposte e pari a 0.07 ns.

$$t_{TOF} = (6.64 \pm 0.03) \text{ ns}$$

Da questo valore è possibile calcolare la velocità dei muoni come rapporto tra distanza percorsa D e tempo di transito t_{TOF} :

$$v = \frac{D}{t_{TOF}} .$$

La distanza percorsa è pari alla distanza tra gli scintillatori superiori ed inferiori e vale

$$D = (196 \pm 2) \text{ cm}$$

L'errore associato è basato sulla risoluzione dello strumento di misura, un metro a nastro. La velocità così calcolata risulta pari a

$$v = (2.97 \pm 0.04) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

che risulta entro gli errori sperimentali compatibile con il valore della velocità della luce ($3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$). L'errore associato è calcolato mediante somma in quadratura degli errori relativi di distanza percorsa D e tempo di volo t_{TOF} .

Conclusioni

L'esperimento FOOT (FragmentatiOn On Target) ha come obiettivo il miglioramento delle conoscenze dei fenomeni nucleari che avvengono nelle interazioni tra fascio e tessuti del paziente durante le sessioni di cura di adroterapia. L'obiettivo è quindi misurare le sezioni d'urto differenziali di produzione di tutti i frammenti che vengono prodotti sia dalla frammentazione dei proiettili sia dei nuclei del bersaglio. Per determinare univocamente l'identità del frammento tramite l'equazione di Bethe-Bloch è necessario effettuare misure di tempo di volo delle particelle prodotte.

L'obiettivo della tesi verte appunto sulla misura del tempo di volo di muoni cosmici con la strumentazione utilizzata nell'apparato sperimentale del progetto FOOT. L'apparato di rivelazione usato in laboratorio è analogo al sistema di misura di tempo di volo in FOOT, ossia due piastre scintillatrici accoppiate ad altrettanti fotomoltiplicatori.

Il tempo di volo e la velocità dei muoni sono risultati

$$t_{TOF} = (6.64 \pm 0.03) \text{ ns}$$

$$v = (2.97 \pm 0.04) \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

e sono compatibili con il valore atteso pari alla velocità della luce ($3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$). Le risoluzioni di entrambe le misure sono inferiori a 1.5%.

Le misure di flusso di muoni ad angoli polari differenti θ hanno permesso di verificare che la distribuzione è proporzionale a $\cos^2(\theta)$.

Il lavoro di tesi ha permesso di verificare il corretto funzionamento dell'apparato con un sistema di trasmissione dati basato su fibra ottica durante misure di fisica. Questo risultato sarà implementato prossimamente all'interno dell'apparato sperimentale di FOOT per rendere il sistema di acquisizione più veloce ed affidabile.

Bibliografia

- 1 G. N. Knoll, *Radiation Detection and Measurements*, Wiley (2010)
- 2 A. L. Malliner, *Clinical applications of radiophotoluminescence (RPL) dosimetry in evaluation of patient radiation exposure in radiology : determination of absorbed and effective dose*
- 3 O. Klein e Y. Nishina, *Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac* in *Z. Phys.* Vol. 52, 11-12, pp. 853 - 869 (1929)
- 4 R. M. Eisberg e R. Resnick, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles*, pp. 333, Wiley (2014)
- 5 J. Kirtz, *X-Ray Data Booklet: Scattering of X-Rays from Electrons and Atoms* (2010)
- 6 E. Rotondi, *Energy Loss of Alpha Particles in Tissue* in *Radiation Research*, Vol. 33, 1, pp. 1 - 9 (1968)
- 7 H. Bethe e J. Ashkin, *Experimental Nuclear Physics, a cura di E. Segré*, p. 253, Wiley (1953)
- 8 <http://pdg.lbl.gov/2000/passagerpp.pdf>
- 9 D. Schardt e T. Elsasser, *Heavy-ion tumor therapy: Physical and radiobiological benefits* in *Reviews of Modern Physics* Vol. 82 (2010)
- 10 <https://www.floridaproton.org/sites/default/files/pdf/1106ONCHoppe.pdf>
- 11 F. Tommasino e M. Durante, *Proton radiobiology, Cancers*, vol. 7, 1 (2015)
- 12 D. Schardt e T. Elsasser, *Heavy-ion tumor therapy: Physical and radiobiological benefits* in *Reviews of Modern Physics* Vol. 82 (2010)

- 13 A. Alexandrov, G. Ambrosi, S. Argirò, G. Battistoni, N. Belcari, S. Biondi, M. G. Bisogni, G. Bruni, S. Brambilla, N. Camarlinghi, P. Cerello, E. Ciarrocchi, A. Clozza, G. De Lellis, A. Di Crescenzo, M. Durante, M. Emde, R. Faccini, V. Ferrero, F. Ferroni, C. Finck, M. Francesconi, M. Franchini, L. Gallid, M. Garbini, G. Giraud, R. Hetzel, E. Iarocci, M. Ionica, K. Kanxheri, A. Lauria, C. La Tessa, M. Marafini, I. Mattei, R. Mirabelli, M. C. Montesi, M. C. Morone, M. Morrocchi, S. Muraro, L. Narici, R. Paramatti, A. Pastore, N. Pastrone, V. Patera, C. Peroni, M. Pullia, L. Ramello, V. Rosso, M. Rovituso, C. Sanelli, A. Sarti, G. Sartorelli, O. Sato, A. Schiavi, C. Schuy, E. Scifoni, A. Sciubba, M. Selvi, L. Servoli, M. Sitta, R. Spighi, E. Spiriti, G. Sportelli, A. Stahl, M. Testa, V. Tioukova, F. Tommasino, G. Traini, S. M. Valle, M. Vanstalle, M. Villa, U. Weber, A. Zoccoli, *FOOT Conceptual Design Report* (2017)
- 14 K. Halbach, *Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material* in *Journal of Applied Physics* Vol. 52 (1985)
- 15 <http://hep.fi.infn.it/CMS/sensors/Siliconpage.html>
- 16 W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, capp. 8-9, Springer (1994)
- 17 J. Brack e al., *Characterization of the Hamamatsu R11780 12 inch Photomultiplier Tube* (2013)
- 18 <https://en.wikipedia.org/wiki/Constant-fraction-discriminator>
- 19 <https://www.caen.it/products/n1470>
- 20 <https://www.caen.it/products/v1190b-2esst/>
- 21 <https://www.caen.it/products/v2718/>
- 21 <https://www.caen.it/products/v2495/>
- 22 C. Christodoulides, *The Special Theory of Relativity: Foundations, Theory, Verification, Applications*, Springer (2016)
- 23 P. Shukla e S. Sankrith, *Energy and angular distributions of atmospheric muons at the Earth*, arXiv:1606.06907v3 (2018)